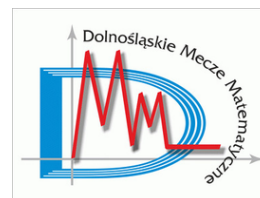


1. Asia, Basia, Cesia, Daria, Ela i Frania mieszkają w budynku z parterem i czterema piętrami. Asia mieszka wyżej niż Basia, ale niżej niż Cesia. Daria i Ela mieszkają niżej niż Frania. Daria mieszka wyżej niż Asia, a Ela wyżej niż Cesia. Które z dziewczynek mieszkają na pierwszym piętrze?
2. Różnica dwóch liczb całkowitych została pomnożona przez ich iloczyn. Czy wynik może wynosić 2025?
3. Czy da się wypisać liczby $0, 1, \dots, 9$ w takiej kolejności aby w każdej trójce trzech kolejnych liczb w tym wypisaniu dwie z nich sumowały się do 7?
4. W miejsce liter wpisz właściwe cyfry tak, by zapisane działanie było poprawne: $AB8C6 = 3 \cdot 4D4E$
5. Ile dzielników ma liczba 1024?
6. W trójkącie prostokątnym ABC przeciwprostokątną AB przedłużono z wierzchołka A do punktu D , oraz z wierzchołka B do punktu E tak, aby $|AD| = |AC|$, $|BE| = |BC|$. Kąt $\sphericalangle CAB$ ma miarę 35° . Jaka jest miara kąta DCE ?
7. Zapytany dziś o siódmej rano o to, kiedy wyniesie śmieci, Hiacynt odpowiedział, że zrobi to za sto tysięcy godzin. Jeśli dzisiaj jest 24 listopada 2025, w jaki dzień Hiacynt wyniesie śmieci?
8. W wyścigu konnym na torze o długości 15000 dm bierze udział dwóch zawodników. Pierwszy z nich jeździ w tempie 36 km/h, a drugi – 5 m/s. Wyruszyli w przeciwne strony. Po jakim czasie się spotkają?
9. Kornel chce napisać na tablicy ileś liczb w taki sposób, by różnica żadnych dwóch z nich nie była podzielna przez 17. Ile maksymalnie liczb może napisać Kornel?
10. Równoległobok $ABCD$ ma pole 36. Przekątne tego równoległoboku dzielą go na cztery trójkąty. Oblicz pola każdego z tych trójkątów.



1. Oznaczmy przez A, B, C, D, E, F numery pięter, na których mieszkają Asia, Basia, Cesia, Daria, Ela i Frania odpowiednio. O numerach pięter wiemy, że $C > A > B$, $F > D$, $F > E$, $D > A$, $E > C$. Dzięki pierwszej, trzeciej i ostatniej nierówności wiemy, że $F > E > C > A > B$, zatem Asia musi mieszkać na pierwszym piętrze Ela, Cesia i Frania mieszkają wyżej, a Basia mieszka na parterze. Dodatkowo wiemy, że Daria mieszka wyżej niż Asia, czyli nie mieszka na pierwszym piętrze. Zatem na pierwszym piętrze mieszka tylko Asia.
2. Wynik nie może być równy 2025. Jeżeli obie liczby mają tę samą resztę z dzielenia przez 2, to ich różnica jest podzielna przez dwa, zatem wynik też. Jeżeli liczby mają różną resztę z dzielenia przez 2 to co najmniej jedna z nich jest podzielna przez 2, ale wtedy ich iloczyn jest podzielny przez 2, czyli wynik też. Zatem wynik musi być liczbą parzystą, więc nie może wynosić 2025.
3. Da się to zrobić układając liczby na przykład w kolejności 9, 0, 7, 1, 6, 2, 5, 3, 4, 8
4. $E = 2$, bo liczba po prawej pomnożona przez 3 musi kończyć się na 6. Ponieważ $3 \cdot 42 = 126$, mamy $C = 2$. Mnożąc D razy 3 musimy otrzymać 7 jako cyfrę jedności (+1 z 126 da nam wtedy 8). Jedyną opcją na D to w takim wypadku 9. Dostajemy równość $AB826 = 3 \cdot 4942$, czyli łatwo policzyć, że $A = 1$, $B = 4$.
5. Podaną liczbę przedstawiamy jako 2^{10} . Dzielnik tej liczby nie może mieć żadnych innych czynników pierwszych, musi być zatem 1 lub potęgą 2 o dodatnim wykładniku nie większym niż 10. Mamy zatem 11 możliwości.
6. Niech $\alpha := |\angle ACD|$, $\beta := |\angle BCE|$. Trójkąty ACD i BCE są równoramienne, więc $|\angle CDA| = \alpha$ oraz $|\angle CEB| = \beta$. Kąt CAB jest zewnętrznym w trójkącie CAD , więc ma miarę 2α , analogicznie kąt CBA ma miarę 2β . Kąty przy wierzchołkach A i B sumują się do 90° , więc $\alpha + \beta = 45^\circ$. Miara kąta DCE to zatem $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$.
7. 100000 godzin to $\lfloor 10000/24 \rfloor = 4166 = 11 \cdot 365 + 151$ dni. Jedenaście lat od 2025 jest rok 2036, jednak po drodze są trzy lata przestępne (2028, 2032, 2036), więc od 24 listopada 2036 musimy poczekać jeszcze 148 dni. Jest to 21 kwietnia 2037. Ponieważ reszta z dzielenia 100000 przez 24 to 16, możemy te dodatkowe godziny zignorować, tzn. dzień się nie zmieni. Jeśli uczeń nie wspomni o pozostałych godzinach i o tym, czemu można je pominąć, należy odjąć dwa punkty.
8. Prędkość z jaką zbliżają się do siebie wynosi 15 m/s, a dystans – 1500 m. Zajmie im więc to zatem 100 s, czyli 1 minuta i 40 sekund.
9. Jeśli napisze kolejne liczby od 1 do 17, to warunek z zadania będzie spełniony. Jeśli natomiast będzie to 18 lub więcej liczb, to pewne dwie będą miały taką samą resztę z dzielenia przez 17, więc nie będzie to możliwe.
10. Pole każdego z trójkątów to 9. Dla ustalenia uwagi wybierzmy $\triangle ABE$, gdzie E to punkt przecięcia przekątnych. Ze wzorów na pole trójkąta oraz równoległoboku wynika, że pole $\triangle ABC$ to połowa pola równoległoboku, czyli 18. Ponieważ przekątne w równoległoboku połowią się, pole $\triangle ABE$ i $\triangle BCE$ są równe (taka sama wysokość i podstawa), więc wynosi $18/2 = 9$.