

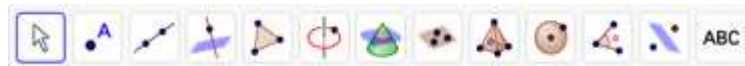
Przemysław Kajetanowicz

Ćwiczenia 14.02.2016

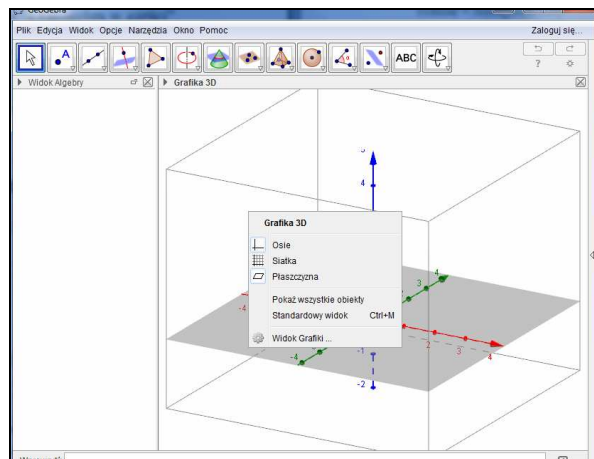
Uwaga: do wykonania poniższych ćwiczeń wymagana jest Geogebra w wersji 5 (ćwiczenia zostały przetestowane w wersji 5.0.82.0-3D).

Funkcjonalność widoku 3D

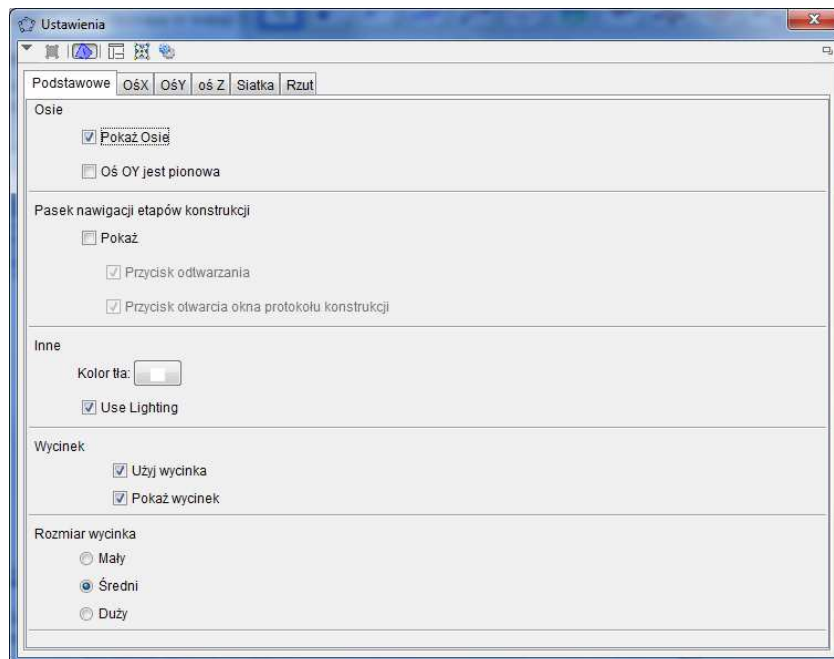
1. Otwórz nowe okno Geogebry.
2. W menu "Widok" wybierz "Grafika 3D".
3. Kliknij kilka razy myszą na przemian w obszar widoku grafiki i obszar widoku grafiki 3D. Zauważ, że za każdym razem wyświetla się inny pasek narzędzi:



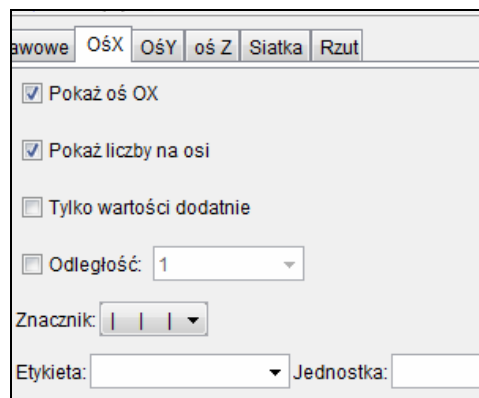
4. Wyłącz widok okna grafiki, pozostawiając tylko widok algebry i widok grafiki 3D.
5. Kliknij prawym przyciskiem myszy w dowolny punkt obszaru grafiki 3D. Następnie poeksperymentuj z pierwszymi czterema pozycjami menu podręcznego (pokazywanie i ukrywanie osi, siatki i płaszczyzny XOY).



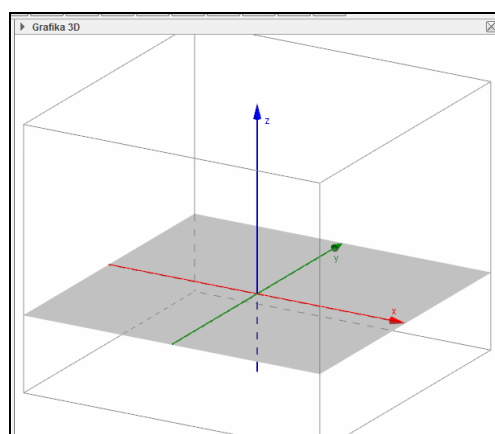
6. Kliknij pozycję "Widok Grafiki..." w menu podręcznym (ostatnia pozycja). Przestudiuj wyświetlone okno dialogowe:



7. Poeksperymentuj z polami wyboru "Użyj wycinka" oraz "Pokaż wycinek". Wycinek jest prostopadłościennym fragmentem przestrzeni, poza którym nie są wyświetlane obiekty.
8. Otwórz zakładkę "Oś X" i poeksperymentuj z jej zawartością. Wybierz etykietę "x" oraz usuń znaczniki wybierając pustą pozycję z listy znaczników. Wykonaj to samo w zakładkach "Oś Y" i "Oś Z".



9. Po wykonaniu punktu 8 okno grafiki 3D powinno wyglądać następująco:



10. Ponownie wywołaj menu podręczne widoku grafiki 3D (jak w punkcie 5) i uczynь widoczną siatkę na płaszczyźnie XOY.

Po wykonaniu powyższego ćwiczenia widzimy, w jaki sposób możemy sterować wyglądem poszczególnych elementów układu XOY.

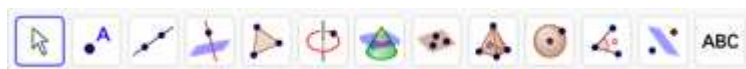
Uwaga: zapamiętaj kolory, w których wyświetlają się poszczególne osie układu (oś OX jest czerwona, oś OY zielona, oś OZ niebieska). Pozwala to na szybkie ich zidentyfikowanie (nawet przy braku etykiet).

Rysowanie i przemieszczanie punktów w przestrzeni

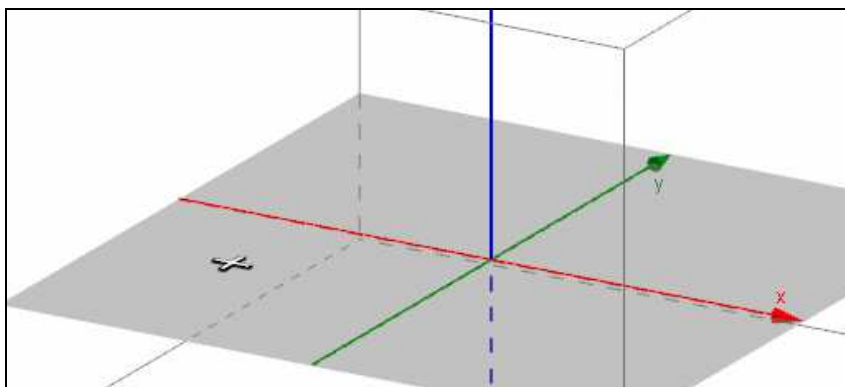
Punkty w przestrzeni możemy definiować albo za pomocą narzędzia "Punkt" (druga ikona od lewej w pasku narzędzi), albo przy użyciu linii poleceń.

Rysowanie i przesuwanie punktów (narzędzie "Punkt").

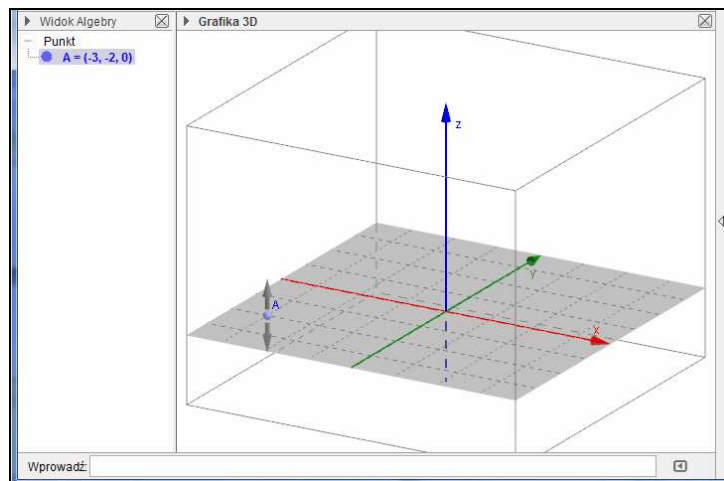
1. Upewnij się, że widoczny jest pasek narzędzi widoku grafiki 3D (w tym celu być może musisz kliknąć w odpowiadający temu widokowi obszar okna programu).



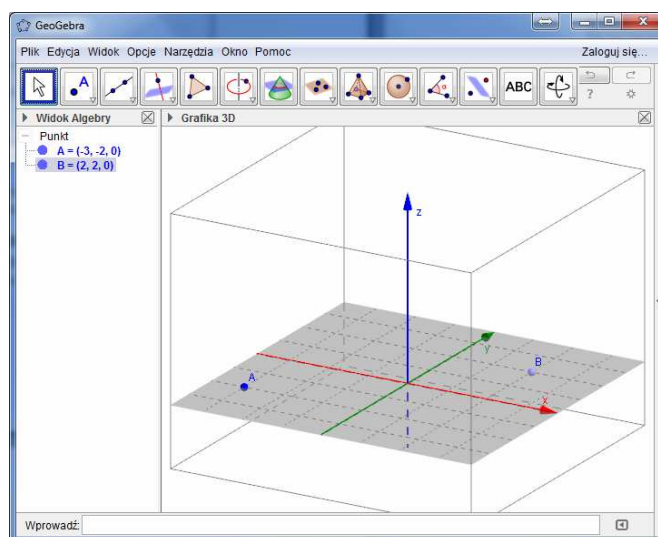
2. Uaktywnij narzędzie "Punkt", klikając w drugą ikonę od lewej na pasku narzędzi. Następnie zacznij poruszać myszą w obszarze grafiki 3D. Przesuń wskaźnik myszy w obszar okna odpowiadający płaszczyźnie XOY (szara płaszczyzna na rysunku poniżej). Obok wskaźnika myszy pojawi się wówczas mały płaski krzyżyk:



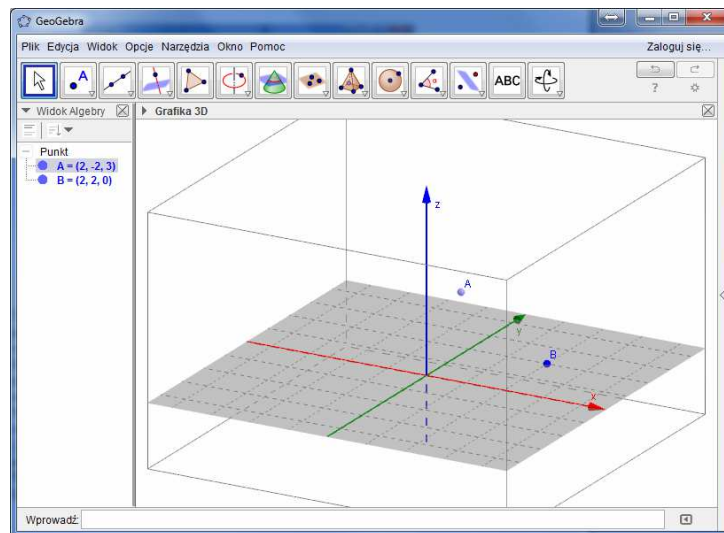
3. Dbając o to, aby krzyżyk omówiony przed chwilą był widoczny, użyj lewego przycisku myszy. W miejscu krzyżyka pojawi się punkt. Jego algebraiczna reprezentacja widoczna jest w oknie algebry. Zauważ, że trzecia współrzędna punktu jest równa zero. Program umieszcza każdy nowo tworzony myszą punkt na płaszczyźnie XOY. Domyślnie punkt ten otrzymuje nazwę będącą pierwszą wolną wielką literą alfabetu (w naszym przypadku **A**).



4. Poruszaj teraz myszą w obszarze układu współrzędnych. Zauważ, że gdy wskaźnik myszy znajduje się w utworzonym punkcie, pojawiają się obok niego dwie pionowe strzałki. Gdy odsuniesz wskaźnik myszy od punktu, pojawia się ponownie płaski krzyżyk, sygnalizujący, że użycie lewego przycisku myszy utworzy kolejny punkt na płaszczyźnie XOY.
5. Utwórz w ten sam sposób drugi punkt w pierwszej ćwiartce płaszczyzny XOY. Następnie na pasku narzędzi uaktywnij narzędzie "Przesuń" (pierwsza ikona od lewej). Okno programu wygląda teraz mniej więcej tak:



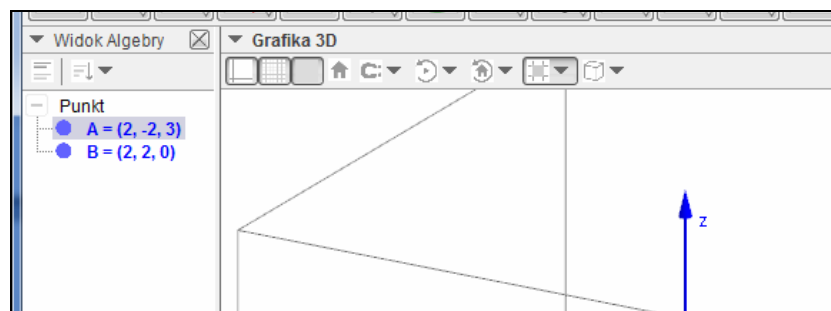
6. Umieść wskaźnik myszy w punkcie A i przekonaj się, że lewy przycisk myszy działa jak przełącznik: każde kliknięcie powoduje wyświetlenie albo dwóch pionowych, albo czterech poziomych strzałek we wskazanym punkcie. Jest to przełączanie między dwoma możliwymi trybami przesuwania obiektów w przestrzeni: tryb przesuwania równoległego do płaszczyzny XOY (przesuwanie poziome) i tryb przesuwania równoległego do osi OZ (przesuwanie pionowe).
7. Wprowadź punkt A w tryb przesuwania poziomego. Następnie naciśnij i przytrzymaj lewy klawisz myszy, po czym zacznij nią poruszać. Przesuń punkt A do położenia (2,-2,0). Zmianę wartości dwóch pierwszych współrzędnych punktu A możesz obserwować w widoku algebry.
8. Wprowadź punkt A w tryb przesuwania pionowego i przesuń go do położenia (2,-2,3). Okno programu wygląda następująco:



9. Zapisz swoją ilustrację na nośniku. Nadaj jej nazwę "punkty3D.ggb". Nie zamykaj jednak okna programu. Ilustracja będzie potrzebna w dalszej części.

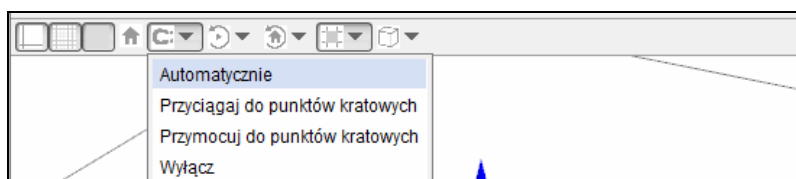
Pasek narzędzi stylu widoku grafiki 3D

W pasku nad obszarem układu współrzędnych w widoku 3D obecny jest mały trójkącik (na lewo od napisu "Grafika 3D"). Kliknij lewym przyciskiem myszy w ten trójkącik. Wyświetli się pasek narzędzi "Styl widoku grafiki 3D", pozwalający na szybkie i wygodne sterowanie różnymi elementami widoku grafiki 3D.



1. Pierwsze trzy narzędzia od lewej pozwalają szybko ukrywać lub pokazywać osie, siatkę płaszczyzny XOY oraz samą płaszczyznę XOY. Wypróbuj ich działanie.
2. Narzędzie  przywraca domyślny widok. Jest ona aktywna, gdy wcześniej przesunęliśmy układ współrzędnych. Wykonaj poniższe czynności.
 - a) Umieść wskaźnik myszy w obszarze układu XOY i przyciśnij klawisz Shift. W miejscu wskaźnika myszy pojawi się para pionowych strzałek. Trzymając cały czas przyciśnięty klawisz Shift i lewy przycisk myszy, przesuwaj mysz i zaobserwuj przesunięcie układu współrzędnych. Następnie zwolnij klawisz i przycisk myszy.
 - b) Ponownie naciśnij klawisz Shift. Po pojawieniu się pary pionowych strzałek użyj lewego przycisku myszy (krótkie kliknięcie). W miejsce strzałek pojawi się płaski krzyżyk. Trzymając naciśnięty klawisz Shift i lewy przycisk myszy, przesuwaj mysz i zaobserwuj, że teraz układ współrzędnych przesuwają się w poziomie. Zwolnij klawisz i przycisk myszy.
 - c) Użyj narzędzia , aby przywrócić oryginalne położenie układu współrzędnych.
3. Narzędzie  pozwala na sterowanie zachowaniem punktu przy przesuwaniu. Punkt może być przyciągany do położenia, w których jego współrzędne są całkowite lub wręcz

"przymocowany" do takich położeń. Wypróbuj działanie tego narzędzia. W tym celu rozwiń najpierw listę możliwych opcji, klikając w trójkącik na prawo od tego narzędzia:



4. Narzędzie  na przemian uruchamia i zatrzymuje automatyczny obrót widoku 3D wokół osi OZ. Trójkącik na prawo od tej ikony wyświetla suwak pozwalający na sterowanie prędkością obrotu. Aby przywrócić domyślny widok 3D, należy przycisnąć narzędzie  stanowiącego jeden z elementów następnej grupy (patrz następny punkt). Wypróbuj działanie narzędzia uruchamiającego i zatrzymującego obrót i narzędzia przywracającego domyślny widok.
5. Kolejna grupa narzędzi pozwala na sterowanie kierunkiem widoku:
 - a)  ustawia widok w kierunku płaszczyzny XOY (od góry);
 - b)  ustawia widok w kierunku płaszczyzny XOZ;
 - c)  ustawia widok w kierunku płaszczyzny YOZ;
 - d)  przywraca domyślny widok.
6. Narzędzie  pozwala ukrywać i wyświetlać prostopadłościenny wycinek ograniczający widok 3D. Znajdujący się po prawej od tego narzędzia trójkącik uaktywnia suwak, za pomocą którego można sterować wielkością tego wycinka.
7. Ostatnia grupa narzędzi steruje sposobem rzutowania widoku trójwymiarowego na płaszczyznę ekranu.



- a)  - rzutowanie równoległe;
- b)  - rzutowanie perspektywiczne;
- c)  - rzutowanie przystosowujące widok do okularów 3D;
- d)  - rzutowanie ukośne.

Wypróbuj działanie wszystkich powyższych narzędzi.

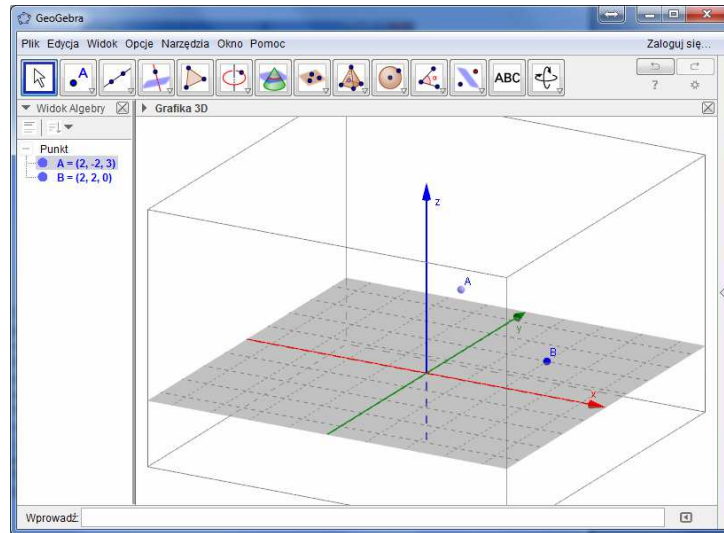
Na pasku narzędzi widoku 3D znajduje się dodatkowo narzędzie , pozwalające na swobodne obracanie widoku za pomocą myszy.

1. Uaktywnij narzędzie .
2. Przesuń wskaźnik myszy w obszar widoku 3D.
3. Naciśnij lewy przycisk myszy i nie zwalniając go, przesuвай mysz. Zaobserwuj, że widok obraca się wokół początku układu współrzędnych.

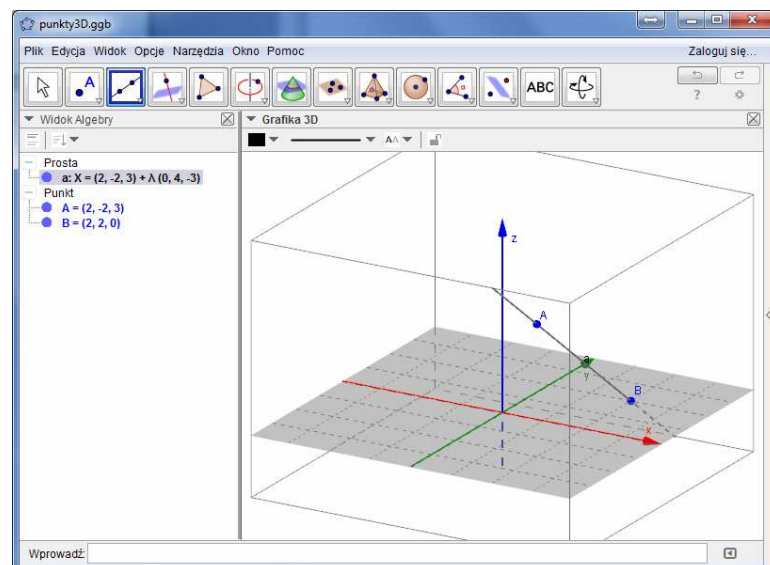
4. Użyj narzędzia  (omówionego w punkcie 5d) poprzedniego ćwiczenia), aby przywrócić domyślny widok.

Prosta przez dwa punkty

Utworzyliśmy wcześniej dwa obiekty w przestrzeni: punkty A i B. Okno programu powinno wyglądać następująco:



1. Na pasku narzędzi uaktywnij  ("prosta przez dwa punkty").
2. Kliknij w punkt A, a następnie w punkt B. W ten sposób tworzymy prostą przechodzącą przez te dwa punkty.
3. Zwróć uwagę, że utworzona prosta ma w oknie algebry reprezentację algebraiczną w postaci równania wektorowego $X = (2, -2, 3) + \Lambda (0, 4, -3)$, gdzie Λ jest zmienną rzeczywistą. Przypomnijmy, że równanie takie przedstawia prostą w przestrzeni przechodzącą przez punkt (2,-2,3) i równoległą do wektora $AB = (0, 4, -3)$.



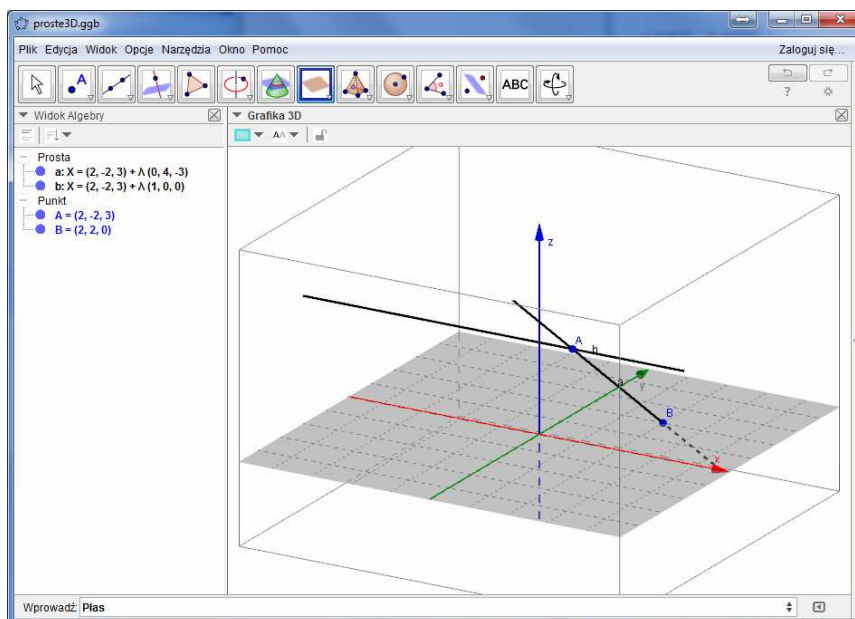
Prosta zdefiniowana algebraicznie

1. Utwórz prostą równoległą do osi OX i przechodzącą przez punkt A. Tym razem zdefiniuj tę prostą w sposób algebraiczny. W tym celu w polu wprowadzania wpisz

$X = A + \Lambda \langle \text{SPACJA} \rangle (1,0,0)$. Pominięcie spacji spowoduje, że program wyświetli komunikat o błędzie !

Uwaga: aby wprowadzić grecką literę Λ naciśnij lewy klawisz Alt i przytrzymując go, naciśnij klawisz L.

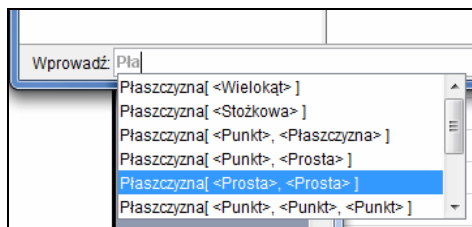
2. Zapisz swoją pracę w pliku pod nazwą "proste3D.ggb".
3. Uruchom automatyczny obrót widoku 3D, aby zobaczyć wzajemne położenie obu prostych i ich położenie w przestrzeni.
4. Zatrzymaj automatyczny obrót widoku 3D, a następnie przywróć domyślny widok. Okno programu powinno teraz wyglądać tak:



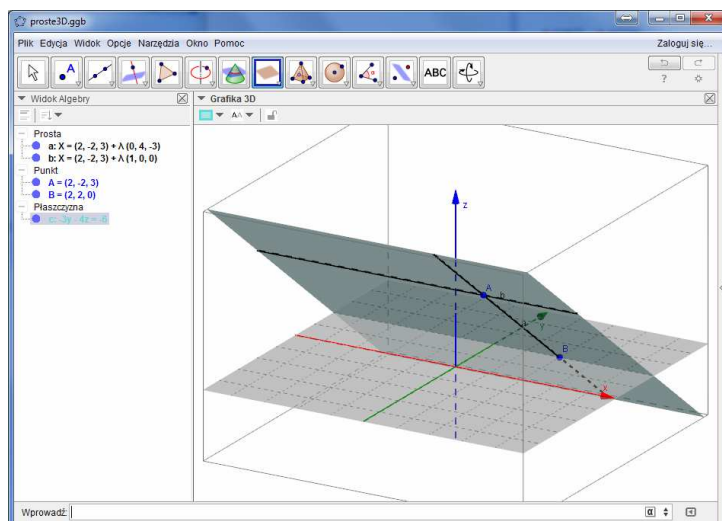
Płaszczyzna wyznaczona przez przecinające się proste

Po wykonaniu poprzedniego ćwiczenia mamy utworzone dwie proste. Program nadał im domyślne nazwy a i b. Utworzymy teraz płaszczyznę zawierającą te proste. Można to zrobić albo przy użyciu odpowiedniego narzędzia, przy użyciu pola wprowadzania. Użyjemy drugiej metody.

1. W oknie "Proste3D" zacznij pisać w linii poleceń "Płaszczyzna". Zauważ rozwijalną listę pod polem wprowadzania, która pojawia się natychmiast po wpisaniu początkowych liter tego wyrazu.



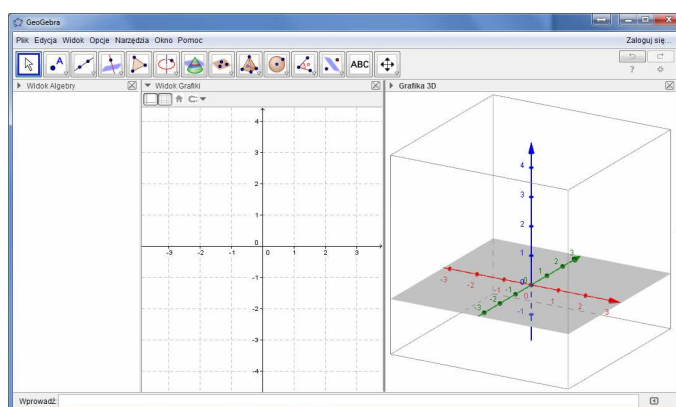
2. Wybierz z listy pozycję Płaszczyzna[<Prosta>, <Prosta>]. Parametry <Prosta> zastępujemy odpowiednio symbolami a i b (są to nazwy prostych utworzonych w poprzednim ćwiczeniu - można to sprawdzić w widoku algebry). Po zatwierdzeniu polecenia klawiszem ENTER program tworzy płaszczyznę i nadaje jej nazwę c. Okno programu wygląda teraz następująco:



- Odszukaj algebraiczną reprezentację płaszczyzny c w widoku algebry i zaznacz ją kliknięciem myszy. Następnie prawym przyciskiem wywołaj menu podręczne i we właściwościach obiektu ustaw kolor na czerwony i przezroczystość na 25.
- Zapisz swoją pracę w pliku "płaszczyzna3D.ggb".
- Upewnij się, że narzędzie "Przesuń" jest aktywne. Poeksperymentuj z utworzoną ilustracją przesuwając punkty A i B i obserwując odpowiednie zmiany położenia samej płaszczyzny.

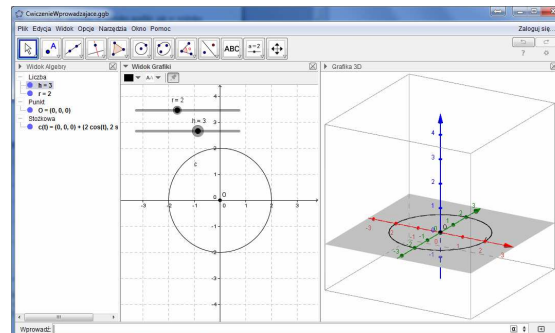
Walec o danej podstawie i danej wysokości

- Otwórz nowe okno Geogebry.
- W widoku grafiki pokaż siatkę.
- W menu "Widok" wybierz "Grafika 3D".
- Przesuwając układ współrzędnych w widoku grafiki narzędziem , doprowadź widok grafiki do postaci, w której układ współrzędnych XOY jest wycentrowany. Następnie - zmieniając wymiary okna programu - spowoduj, że w widoku grafiki 3D płaszczyzna XOY układu XYZ obejmuje kwadrat $[-3,3] \times [-3,3]$. Okno programu powinno wyglądać tak, jak na rysunku poniżej.



- Kliknij gdziekolwiek w obszar grafiki, tak aby był widoczny "klasyczny" pasek narzędzi grafiki dwuwymiarowej.
- W linii poleceń wprowadź $O = (0,0,0)$ (oczywiście naciśnij po tym ENTER). Zauważ, że zdefiniowany w ten sposób punkt widoczny jest we wszystkich trzech widokach.
- Zdefiniuj w linii poleceń zmienną $r = 2$ i utwórz dla niej suwak. We właściwościach suwaka ustaw minimum na 0, maksimum na 5 oraz krok na 0.1. W podobny sposób zdefiniuj drugą zmienną $h = 3$ i również utwórz dla niej suwak o tych samych właściwościach.

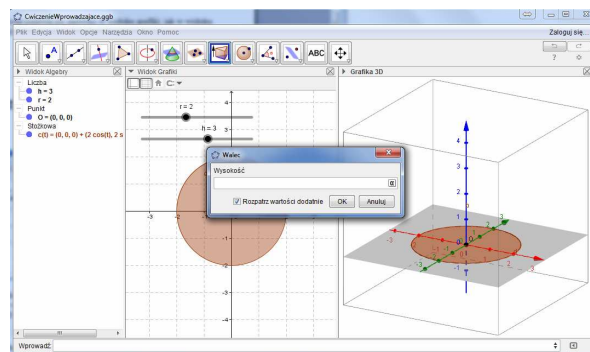
8. Utwórz w widoku grafiki okrąg o środku w O i promieniu r. Możesz to zrobić albo za pomocą narzędzia "okrąg o danym środku i promieniu", albo wprowadzając w linii poleceń Okrąg[O,r].
9. Zaobserwuj, że zdefiniowany okrąg pojawia się zarówno w widoku grafiki, jak w widoku grafiki 3D. Okno programu wygląda teraz następująco:



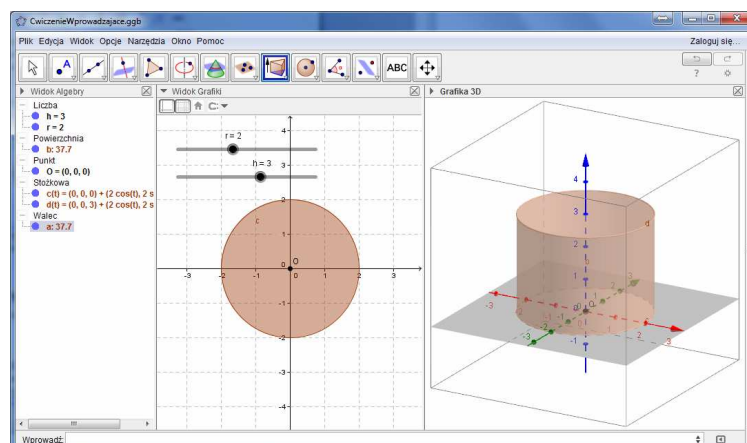
10. Upewnij się, że na pasku narzędzi aktywne jest narzędzie "Przesuń" (pierwsze narzędzie od lewej). Kliknij gdziekolwiek w białym obszarze widoku grafiki 3D, tak aby pojawił się pasek narzędzi grafiki 3D:



11. Rozwiń grupę narzędzi "Ostrosłup", a następnie uaktywnij narzędzie "Utwórz graniastosłup lub walec". Najedź myszą na to narzędzie i przeczytaj opis jego działania.
12. Najedź wskaźnikiem myszy na okrąg widoczny w widoku grafiki 3D (nie zwykłej grafiki!) i kliknij w ten okrąg myszą. Twój ekran powinien wyglądać następująco:



13. W wyświetlonym okienku edycyjnym wpisz symbol h i zatwierdź przyciskiem OK (h jest zmienną liczbową, którą zdefiniowaliśmy wcześniej). Okno programu wygląda teraz tak:

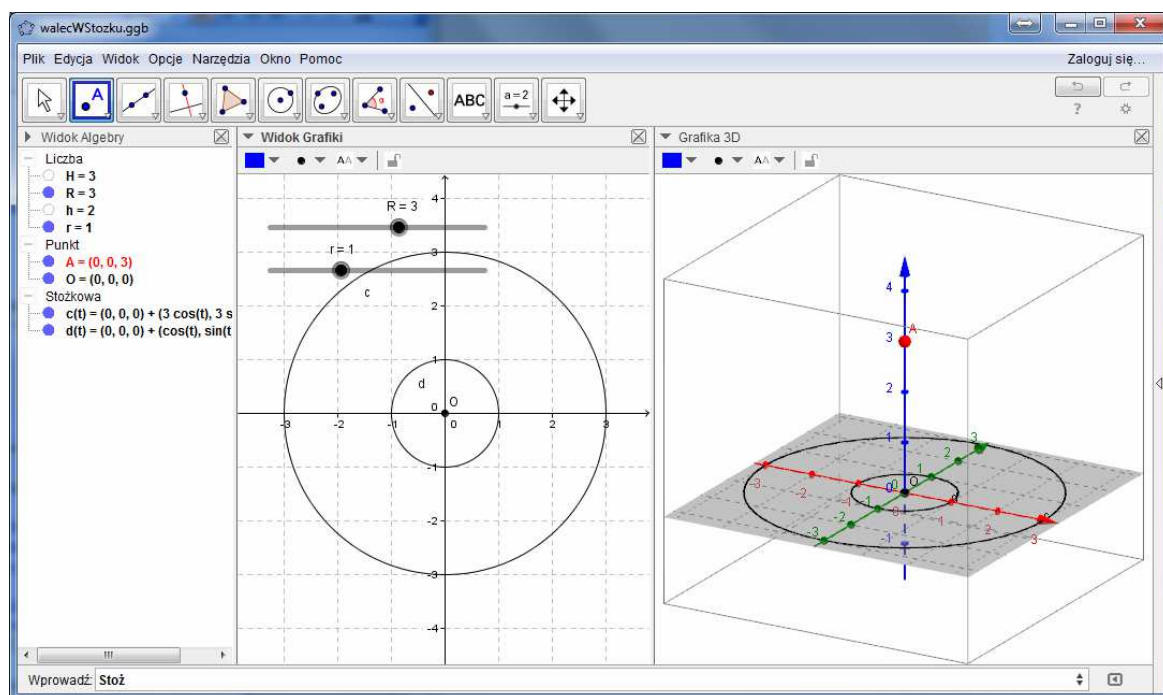


14. Uaktywnij ponownie narzędzie "Przesuń". Zmieniając suwakami wartości promienia i wysokości utworzonego walca, obserwuj zmiany jego wymiarów w oknie grafiki 3D.
15. Zapisz wynik swojej pracy w pliku o nazwie "walec.ggb".

Walec wpisany w stożek

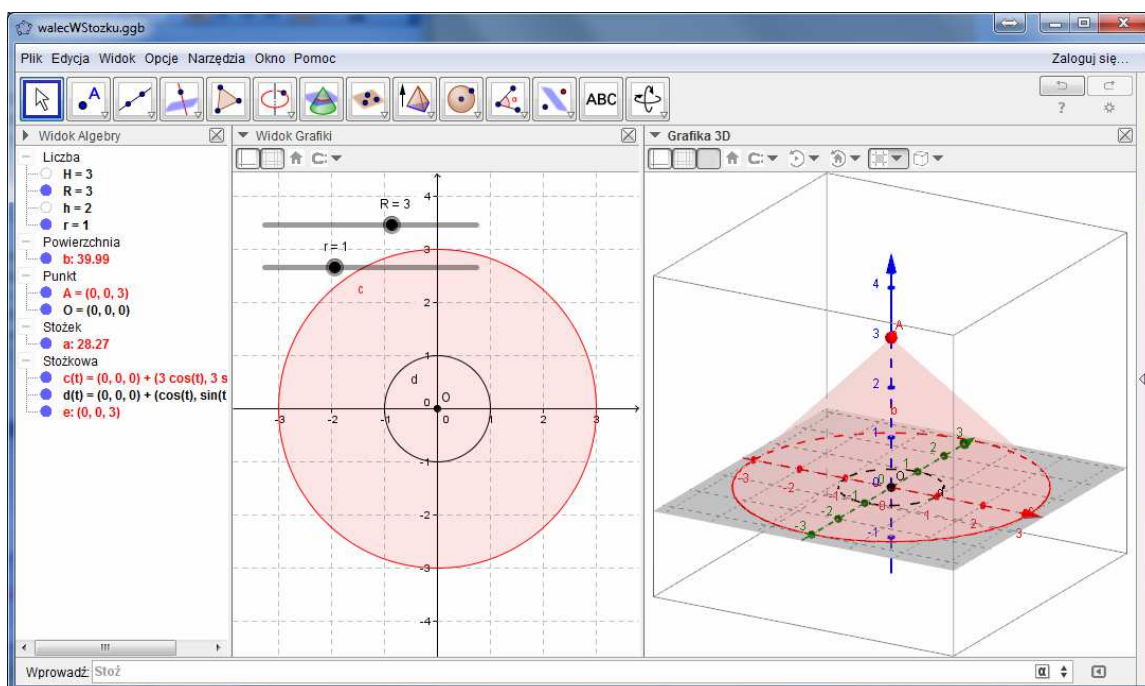
1. Otwórz nowe okno Geogebry i wyświetl w nim widok grafiki 3D.
2. Zdefiniuj punkt $O = (0,0,0)$.
3. Zdefiniuj zmienną R (promień podstawy stożka), utwórz dla niej suwak. Ustaw minimum suwaka na 0, maksimum na 5, krok na 0.1.
4. W podobny sposób zdefiniuj zmienną r (promień podstawy wpisywanego w stożek walca). Maksimum zmiennej r ustaw na R (tak, aby spełniony był zawsze warunek $r < R$).
5. W polu wprowadzania wpisz Okrąg[O,R], a następnie Okrąg[O,r]. Możesz też zdefiniować te okręgi za pomocą narzędzia "okrąg o danym środku i promieniu" w widoku grafiki. Zauważ, że zdefiniowane okręgi widoczne są zarówno w widoku grafiki, jak w widoku grafiki 3D.
6. Uaktywnij narzędzie "Punkt". Przesuń kursor myszy tak, aby znalazł się na osi OZ. Zauważ, że kursor zmienił wygląd ze strzałki na małą kulkę. Kliknij lewym przyciskiem. W ten sposób utworzyłeś punkt A , który jest przymocowany do osi OZ. Będzie to wierzchołek naszego stożka.
7. We właściwościach punktu A ustaw jego kolor na czerwony i grubość na 3.5.
8. W polu wprowadzania zdefiniuj zmienną $H = \text{Odległość}[O,A]$. Będzie to wysokość naszego stożka. Będziemy tą wysokością sterować, przesuując punkt A po osi OZ.
9. W polu wprowadzania wpisz $h = H - H(r/R)$ (zachowaj spację między czynnikami drugiego wyrazu prawej strony powyższej równości!). Zmienna h opisuje wysokość walca o promieniu podstawy r wpisanego w stożek o promieniu podstawy R i wysokości H .

Okno programu wygląda teraz następująco:

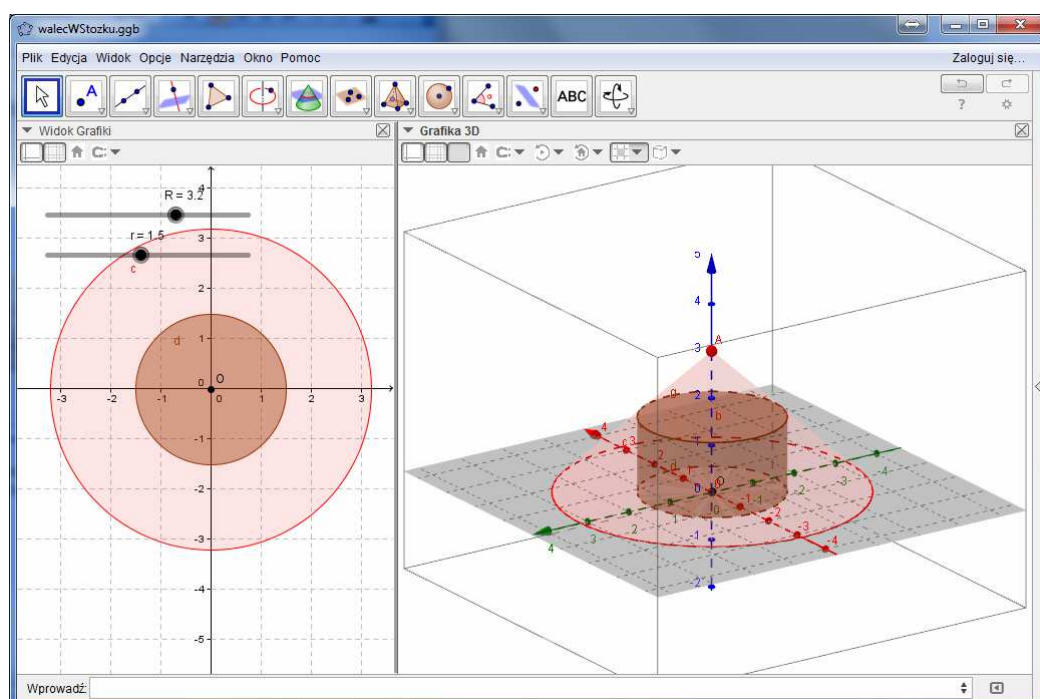


10. Utwórz najpierw stożek, używając narzędzia  (tak, jak robiłeś to w punkcie 11 poprzedniego ćwiczenia (rysowanie walca). Pamiętaj, że podstawą stożka ma być okrąg o promieniu R ($R > r$). Okrąg ten ma w oknie algebry nazwę $c(t)$. Alternatywnie możesz ten stożek utworzyć poleceniem

11. Odnajdź utworzony stożek w oknie algebry i zaznacz go. Następnie ustaw jego kolor na czerwony i przezroczystość na 10. W ten sposób lepiej będzie widać końcowy efekt. Okno porogramu wygląda teraz następująco:



12. Utwórz walec wpisany w stożek. W tym celu w polu wprowadzania wpisz $\text{Walec}[d,h]$.
 13. Zamknij widok algebry, pozostawiając tylko widok grafiki i i widok grafiki 3D. Okno programu wygląda teraz następująco:



14. Upewnij się, że narzędzie "Przesuń" jest aktywne i za pomocą suwaków poeksperymentuj z otrzymaną ilustracją.