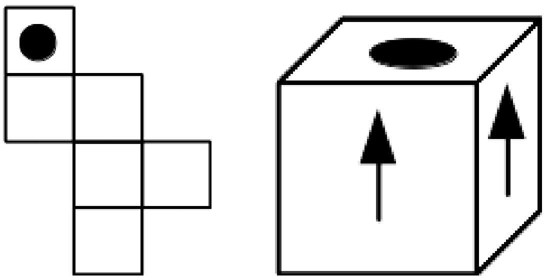
DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XV – ROK SZKOLNY 2015/16

SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA ELIMINACYJNA

MECZ I

1) Dorysuj strzałki na siatce sześcianu, aby można było zbudować sześcian wyglądający tak jak na rysunku obok, wiedząc, że wszystkie jego ściany boczne wyglądają tak samo.



2) Pagwa, pigwa i pogwa to trzy gatunki egzotycznych owoców. Wiadomo, że siedem pigw waży tyle, co cztery pogwy, a pięć pogw waży tyle, co sześć pagw. Ustaw owoce w kolejności rosnącej wagi.

3) Naczynie o pojemności $^2/_3$ litra jest napełnione sokiem w 75%. Ile soku pozostanie po odlaniu $^2/_5$ litra?

4) W układzie współrzędnych dane są trzy wierzchołki prostokąta *ABCD*: *A*(-5, -1), *B*(0, -6) i *C*(3, -3). Oblicz współrzędne punktu *D*.

5) Na osobnych kartkach zapisano miary kątów dwóch trójkątów, a następnie kartki wymieszano. Wśród nich były następujące miary: 115°, 85°, 75° i 35°. Jakie miary były na pozostałych kartkach?

6) Ile wynosi suma liczb, które spełniają równanie $6x = {}^{150}/_{x}$

7) Janek narysował na kartce kwadrat o boku 1. Potem wokół niego narysował większy kwadrat tak, że równoległe boki starego i nowego kwadratu leżały w odległości 1. Postępował analogicznie aż do chwili, gdy suma obwodów narysowanych do tej pory kwadratów wyniosła 144. Jakie pole miał ten kwadrat?

8) Zapis $|x|$ oznacza odległość na osi liczby x od zera. Znajdź takie liczby x_1, x_2, x_3, x_4 i x_5, które spełniają następujące warunki: $|x_1| = |x_2| = |x_3| = |x_4| = |x_5| = 1$ oraz $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_5 + x_5x_1 = 0$.

9) Jakie powinny być długości *a*, *b* i *c* boków trójkąta, aby zachodził warunek $^a/_{(b+c)} + {}^b/_{(c+a)} + {}^c/_{(a+b)} = 3$?

10) Dla liczby całkowitej *a* określamy operację a^*, która zastosowana do liczby nieparzystej daje w wyniku $a+3$, a zastosowana do liczby parzystej daje w wyniku $^a/_2$. Wyznacz wszystkie liczby całkowite, dla których spełniona jest równość $(a^*)^*=5$.

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XV – ROK SZKOLNY 2015/16

SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA ELIMINACYJNA

MECZ II

1. Sześcian włożono do naczynia z farbą i postawiono na jednej ze ścian. Był zanurzony do ¼ wysokości. Jaka część powierzchni sześcianu została zamalowana?

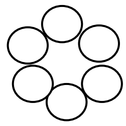
2. Z dwóch trójkątów prostokątnych równoramiennych złożono trapez prostokątny. Jakie jest pole tego trapezu, jeśli pole jednego z trójkątów wynosi 10?

3. Jakie powinny być długości a, b i c boków trójkąta, aby zachodził warunek $a/(b+c) + b/(c+a) + c/(a+b) = 1$?

4. Jubiler ma cztery kawałki łańcuszka, każdy jest złożony z trzech ogniw. Chce zrobić z nich najdłuższą możliwą bransoletkę. Rozcięcie jednego ogniwa kosztuje 3 zł, a sczepienie ogniwa kosztuje 2 zł. Jak wykonać bransoletkę, aby koszt robocizny nie przekroczył 15 zł?

5. Liczba całkowita n jest średnią arytmetyczną liczb 17, 23 i $2n$. Jaka jest suma cyfr liczby n?

6. Na ile sposobów można rozmieścić liczby od 5 do 10 w kołach diagramu, aby liczby w stycznych kołach dawały w sumie liczby pierwsze?



7. Okrąg o środku w punkcie O przechodzi przez punkt S, a okrąg o środku w punkcie S przechodzi przez punkt O. Te okręgi przecinają się w punktach A i B. Jaka miarę ma kąt AOB?

8. Napis 3^7 [czytaj: trzy do potęgi siódmej] oznacza siedmiokrotny iloczyn liczby 3 przez siebie, tzn. $3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3$. Pokaż, że wartość wyrażenia $\dfrac{3^{n+3}-2\cdot3^{n+2}}{3^{n+1}+3^{n-1}}$ nie zależy od wartości liczby n.

9. Walet Kier mówi prawdę zawsze w poniedziałki, wtorki, środy i czwartki, a pozostałe dni tygodnia kłamie. Walet Karo mówi prawdę w piątki, soboty, niedziele i poniedziałki, a w pozostałe dni kłamie. W zeszłym tygodniu obaj powiedzieli równocześnie: Wczoraj kłamałem. W jakim dniu tygodnia miało to miejsce?

10. Flufy są czerwone albo niebieskie i mają 2, 3 albo 4 głowy. Flufy, z których każdy reprezentował inną z możliwych form, ustawiono w szereg w taki sposób, że sąsiedzi zawsze różnili się kolorem i liczbą głów. Na ile sposobów można flufy ustawić w szereg od lewej do prawej?

DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA XV – ROK SZKOLNY 2015/16

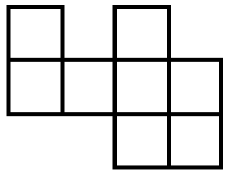
SZKOŁY PODSTAWOWE – RUNDA ELIMINACYJNA

MECZ III

1. Janek narysował na kartce cztery różne proste. Ile punktów przecięcia mógł uzyskać?

2. Licznik samochodu Leona Podróżnika wskazywał, że od wyjazdu z domu przejechał 12921km. Po dwóch godzinach na liczniku znowu pokazał się palindrom (tzn. liczba, którą czyta się jednakowo w obie strony). Z jaką średnią prędkością jechał Leon, jeśli wiadomo, że nie przekraczał 140km/h?

3. Na rysunku należy zacieniować 6 kwadratów tak, aby utworzyły siatkę sześcianu. Na ile sposobów można to zrobić?



4. Ramona ma duże pudło sześciennych klocków o krawędziach długości 4, 6 lub 10 cm. Buduje wieże z trzech klocków. Ile różnej wysokości wież może zbudować?

5. Piotruś Pan ma karty z wydrukowanymi na nich liczbami od 1 do 25. Chce z nich ułożyć jak najdłuższy ciąg w taki sposób, aby każde dwie sąsiednie karty miały wspólny dzielnik będący liczbą pierwszą. Jaki najdłuższy ciąg może ułożyć Piotruś Pan?

6. Największy prostokąt zawarty w pewnym trapezie ma pole 777 cm^2 i jeden z boków pokrywający się z krótszą podstawą. Najmniejszy prostokąt zawierający ten trapez ma pole 888 cm^2 i jeden z boków pokrywający się z dłuższą podstawą trapezu. Oblicz pole tego trapezu.

7. W matematyce $n!$ [czytaj: *en silnia*] oznacza iloczyn kolejnych liczb naturalnych od 1 do n. Jaka jest największa liczba k, której kwadrat jest dzielnikiem 10!?

8. W czworokącie wypukłym $ABCD$ o polu 13 środek E odcinka AB połączono z wierzchołkiem C, a środek F odcinka DC z wierzchołkiem A. Ile wynosi pole czworokąta $AECF$?

9. W liście do babci Mateusz napisał: sen zabiera mi 35% doby i tyle samo czasu spędzam w szkole, 10% doby zajmują mi treningi karate, a przez dwie godziny z kwadransem mama pozwala mi oglądać telewizję. Na odrabianie lekcji przeznaczam 1/8 doby. Co odpisała Mateuszowi babcia?

10. Z czerech różnych cyfr tworzymy wszystkie możliwe liczby czterocyfrowe o niepowtarzających się cyfrach, a następnie wszystkie utworzone liczby dodajemy. Jaka jest największa liczba pierwsza, która dzieli tę sumę?