



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IX – ROK SZKOLNY 2009/10
LICEA – RUNDA ELIMINACYJNA
MECZ I

1. Ile jest liczb dwucyfrowych, które dzielą się przez każdą swoją cyfrę?
2. Przekątne trapezu równoramiennego dzielą kąty przy dłuższej podstawie na połowy i przecinają się pod kątem 120° . Dłuższa podstawa ma 12 cm. Oblicz obwód trapezu.
3. O której godzinie wskazówki zegara tworzą po raz pierwszy w ciągu doby kąt 170° ?
4. Jaka jest reszta z dzielenia liczby, której zapis w systemie dziesiętnym składa się z 2009 dwójek, przez 9?
5. Przed 14 laty Zuzanna miała tyle lat, ile wynosiła suma cyfr roku jej urodzenia. W którym roku się urodziła?
6. Z przystani A wyrusza z biegiem rzeki statek do przystani B , odległej od A o 140 km. Po upływie 1 godziny wyrusza za nim łódź motorowa, dopędza statek w połowie drogi, po czym wraca do przystani A w tym samym momencie, w którym statek przybija do przystani B . Wyznaczyć prędkość statku i prędkość łodzi w wodzie stojącej, wiedząc, że prędkość prądu rzeki wynosi 4 km/godz.
7. Jaki jest stosunek objętości bryły otrzymanej po połączeniu odcinkami środków sąsiednich ścian sześcianu do objętości wyjściowego sześcianu.
8. Ile dzielników naturalnych ma iloczyn stu różnych liczb pierwszych?
9. Jakie asymptoty ma funkcja $f(x) = (2-x) / (x+b)$, która przyjmuje wartości ujemne na zbiorze $(-\infty, -5) \cup (2, \infty)$?
10. W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym krawędź podstawy ma długość p , a krawędź boczna jest dwa razy dłuższa. Jaki jest kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi tego ostrosłupa?



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IX – ROK SZKOLNY 2009/10
LICEA – RUNDA ELIMINACYJNA
MECZ II

1. Ile jest liczb dwucyfrowych, które dzielą się przez iloczyn swoich cyfr?
2. Jakim dniem tygodnia rozpoczął się XXI wiek?
3. Jakie kąty ma trójkąt, w którym dwusieczne dwóch kątów są prostopadłe?
4. Ostrosłup prawidłowy sześciokątny przecięto płaszczyzną, która przecina wszystkie krawędzie boczne. Punkty przecięć połączono odcinkami co trzeci. Uzasadnij, że te odcinki mają punkt wspólny.
5. Jaka jest ostatnia cyfra sumy sześciątów wszystkich czterocyfrowych wielokrotności jedenastu?
6. Liczba wszystkich uczniów w klasie na koniec roku była mniejsza o 5% od liczby uczniów na początku roku, natomiast liczba dziewcząt w klasie wzrosła z 40% na początku roku do 50% wszystkich uczniów na koniec roku. Jak zmieniła się liczba dziewcząt na koniec roku w stosunku do początku roku szkolnego?
7. Niech p będzie nieparzystą liczbą pierwszą. Ile różnych reszt z dzielenia przez p dają kwadraty liczb całkowitych?
8. Ile miejsc zerowych ma funkcja $f(x) = \sqrt{x+1} - x + q$ w zależności od parametru q ?
9. W stożek wpisano kulę, a następnie w obszar zawarty między tą kulą i wierzchołkiem stożka wpisano kulę o objętości 8 razy mniejszej. Jaki jest stosunek objętości stożka do objętości kuli na nim opisanej?
10. Jaki jest największy wspólny dzielnik liczb $2 \cdot 10^{100} + 1$ oraz $5 \cdot 10^{100} + 7$?



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IX – ROK SZKOLNY 2009/10
LICEA – RUNDA ELIMINACYJNA
MECZ III

1. Ściany prostopadłościanu mają pola 48, 54 i 72 j². Jaka jest objętość tego prostopadłościanu?
2. Jaki kąt tworzą wskazówki zegara kwadrans po północy?
3. Ile jest liczb naturalnych mniejszych od miliona o sumie cyfr 6?
4. Długości podstaw trapezu to a i b . Oblicz odległość środków jego przekątnych.
5. Ile jest liczb pierwszych wśród liczb postaci $3^n - 3^{n-1} + 3^{n-2} - 3^{n-3} + \dots + (-1)^{n-1} \cdot 3 + (-1)^n$, dla n nieparzystych?
6. Liczby a^5 i a^7 są całkowite. Czy a musi być całkowita?
7. Dla jakich wartości x liczba $\frac{\sqrt{x-1}+1}{x-2}$ i jej odwrotność są mniejsze niż 2?
8. Jaki jest stosunek długości promieni kuli wpisanej i opisanej na ośmiościanie foremny?
9. Na diagramie składającym się z 9 kwadratowych pól w układzie 3×3 zaznaczono w losowo wybranych polach kółko i krzyżyk. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że oba znaki znalazły się na sąsiednich polach (tzn. stykających się bokiem)?
10. Ile jest liczb czterocyfrowych, które czytane od tyłu stają się większe?