



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IX – ROK SZKOLNY 2009/10
GIMNAZJA – WIELKI FINAŁ

- Zad. 1. Czy istnieją różne liczby naturalne $x_1, x_2, \dots, x_{100}$, takie że NWD ich wszystkich wynosi 1, ale NWD żadnych dwóch z nich nie jest jedynką?
- Zad. 2. Jakie liczby pierwsze są różnicami kwadratów dwóch liczb naturalnych?
- Zad. 3. W równoległoboku $PIES$ poprowadzono odcinek łączący S ze środkiem odcinka PI . W jakim stosunku podzielił on odcinek PE ?
- Zad. 4. Definiujemy działanie $\heartsuit$ na liczbach naturalnych (z zerem): $a \heartsuit b = 7$, gdy $ab=0$, a w przeciwnym razie $a \heartsuit b = (0 \heartsuit b) + (c \heartsuit 2)$, gdzie c jest resztą z dzielenia a przez b . Czy taka definicja pozwala obliczyć $a \heartsuit b$ dla dowolnych a i b naturalnych?
- Zad. 5. W trapezie o podstawach a i b poprowadzono przez punkt przecięcia przekątnych odcinek równoległy do podstaw i łączący ramiona. Oblicz jego długość.
- Zad. 6. Dwa przystające prostopadłościany sklejamy w jeden na wszystkie możliwe sposoby. Oznaczmy największe z pól powierzchni otrzymanych prostopadłościanów przez P_0 , a najmniejsze przez P_1 . Czy możliwe, żeby $P_0 : P_1$ wynosiło 2?
- Zad. 7. Ile dzielników naturalnych ma liczba sto miliardów?
- Zad. 8. Jakie muszą być wartości x i y , żeby $2x^2+5y^2+2x-4y-4xy+5$ wynosiło 0?
- Zad. 9. Jaki maksymalnie obwód może mieć trójkąt pitagorejski, którego jeden bok ma długość 2010?
- Zad. 10. W klasie 1a jest 60% dziewczyn. Dziś jest sprawdzian z matematyki, więc wszystkie są w szkole, ale chłopców tylko $y\%$ i frekwencja wynosi 90%. Ilu chłopaków może liczyć 1a?
- Zad. 11. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dwie losowo wybrane przekątne ścian graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego będą równoległe?
- Zad. 12. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie $x^{2010} + 2010^{2009} = x^{2009} + 2010^{2010}$.