

XI KoALa (KOmbinatoryka-ALgorytmika-LOGika), 2025

Fundacja Matematyków Wrocławskich
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego
Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza w Poznaniu



Autorką ilustracji tytułowej jest Hanna Kuik, absolwentka V LO w Poznaniu.

Zabronione jest korzystanie z jakichkolwiek pomocy (w tym kalkulatorów, telefonów, komputerów itp.)!

Odpowiedzi umieść w pozostawionych przy pytaniach miejscach.

Liczby do 1024 powinny być wyliczone dokładnie, a większe mogą być podawane jako iloczyn najwyżej czterech czynników, z których najwyżej dwa mogą być zapisane jako potęgi (a pozostałe muszą być podane dokładnie).

Czas pracy to 45 minut. Powodzenia!

kategoria „Senior” (szkoły ponadpodstawowe)

.....
imię i nazwisko, klasa

.....
nazwa szkoły (z miejscowością)

Zad. 1. (36 pkt) Palindrom to napis, który jest taki sam czytany od tyłu i od przodu, np. KAJAK, 121, C2332C. Ile jest palindromicznych liczb:

pięciocyfrowych? sześciocyfrowych?

dwunastocyfrowych? trzynastocyfrowych?

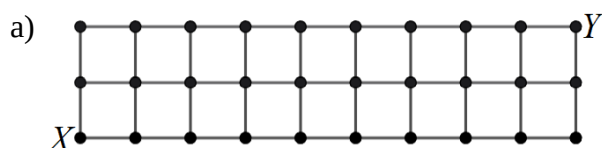
pięciocyfrowych parzystych? czterocyfrowych zawierających
co najmniej jedną cyfrę 3?

pięciocyfrowych zawierających
co najmniej dwie cyfry 3? pięciocyfrowych zawierających
co najmniej trzy cyfry 3?

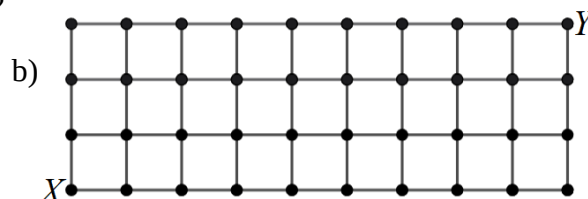
pięciocyfrowych zawierających co najmniej dwie cyfry 2 i przynajmniej jedną cyfrę 3?

Zad. 2. Diagramy przedstawiają mapę dróg na wyspie. Kropki oznaczają miasta.

2.1. (9 pkt) Ile jest najkrótszych tras z miasta X do Y?

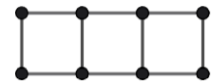


.....

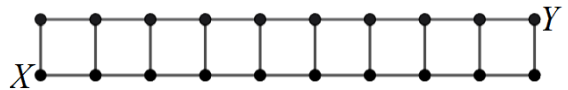


.....

2.2. (6 pkt) W ramach oszczędności gubernator małej wyspy o 10 ulicach postanowił zamknąć takie trzy, żeby wciąż z każdego miasta dało się dojechać do każdego innego. Na ile sposobów może wybrać drogi do zamknięcia (czyli ile jest trójelementowych zbiorów ulic do zamknięcia)?



2.3. (10 pkt) Podróżujący po tej wyspie startuje w X i zmierza do Y . Na ile sposobów może ustalić trasę, tak aby przez żadne miasto nie przejeżdżał więcej niż raz?



Zad. 3. (39 pkt) Robot RobRoj umie wykonywać procedury X i Y , które jako argument przyjmują liczbę całkowitą, a zdefiniowane są tak:

$X(n)$: wypisz n ;

jeśli $n \leq 0$, to zakończ, a w przeciwnym wypadku, jeśli n jest parzyste, to wykonaj $X\left(\frac{n}{2}\right)$,

a w przeciwnym wypadku, jeśli n daje przy dzieleniu przez 3 resztę 2, wykonaj $X\left(\frac{n-2}{3}\right)$.

$Y(n)$: wypisz n ;

jeśli $n \leq 0$, to zakończ, a w przeciwnym wypadku, jeśli n dzieli się przez 3, to wykonaj $X(n-1)$, a w przeciwnym wypadku wykonaj $Y(n-2)$.

Wypisz wszystkie dodatnie n mniejsze niż 99,

dla których ostatnią wypisaną liczbą po wywołaniu $X(n)$ jest 9:

Podaj najmniejszą liczbę n , taką że wywołanie $X(n)$

spowoduje wypisanie kolejno tylko: 5 liczb parzystych i 1 nieparzystej

5 liczb parzystych i 2 nieparzystych 4 liczb nieparzystych

Dla jakich liczb naturalnych n wywołanie $Y(n)$

spowoduje nieskończone działanie RobRoja?

Wypisz wszystkie dodatnie n , dla których

ostatnią wypisaną liczbą po wywołaniu $Y(n)$ jest 0:

Podaj najmniejsze n , takie że ostatnią wypisaną liczbą po wywołaniu $Y(n)$ jest 9:

Zad. * Ile z dokładnością do całości wynosi: $\frac{1}{2025} + \frac{2}{2024} + \frac{3}{2023} + \dots + \frac{2024}{2} + \frac{2025}{1}$?

Punkty za to zadanie przyznamy tylko przy rozstrzygnięciu remisów wśród laureatów.