

Dzień czwarty

Zadanie 10

Zbiory $A_1, A_2, \dots, A_{2015} \subseteq [0, 1]$ są skończonymi sumami odcinków. Załóżmy, że $\nu(A_k) \geq \frac{1}{2}$ dla wszystkich k (tutaj ν to miara Jordana). Pokaż, że istnieje $x \in [0, 1]$ taki, że $x \in A_k$ dla przynajmniej 1008 wartości k .

Zadanie 11

Zsumuj

$$-1 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + \dots + (-1)^n n^2$$

Zadanie 12

Przez dowolny punkt K leżący wewnątrz trapezu $ABCD$ poprowadzona prosta przecinająca podstawy AB i CD odpowiednio w punktach P i Q . Okręgi opisane na trójkątach APK i CQK przecinają się oprócz punktu K jeszcze w punkcie L . Wykaż, że punkt L należy do przekątnej AC .