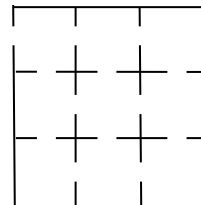




DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IX – ROK SZKOLNY 2009/10
GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA
MECZ I

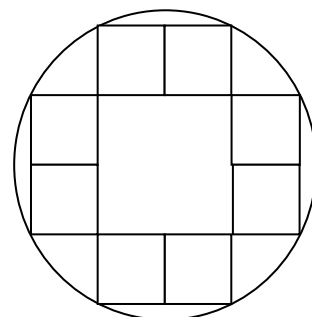
1. Babcia Jaga wybiera się do chatki na Kurzej Łapce. Obliczyła, że jeśli będzie szła z prędkością 6 km/h, dojdzie tam na 13, a jeśli z prędkością 10 km/h – na 11. Jak szybko powinna iść, aby dotrzeć w południe?

2. W labiryncie z rysunku drzwi zatrzasną się, gdy tylko się przez nie przejdzie. Na ile sposobów można przejść od wejścia X do wyjścia Y ?



3. Jaś i Małgosia chcieli dostać taki sam napój owocowy. Niestety, mama wlała do szklanki Jasia 25 ml syropu jabłkowego i 175 ml wody, a do szklanki Małgosi 15 ml syropu i 185 ml wody. Jaką część zawartości jedno z dzieci musi przelać do szklanki drugiego, aby oba napoje były identyczne?

4. W kole jednostkowym umieszczono 8 przystających kwadratów jak na rysunku. Jakie jest pole zacieniowanego odcinka koła?



5. Pomysłowy Dobromir eksperymentuje z dziwnymi zegarami. Dwa z nich mają tarcze 24-godzinne, ale jeden chodzi dwa razy szybciej niż normalnie, a drugi chodzi w normalnym tempie, ale w odwrotnym kierunku. O 13 oba zegary pokazywały prawidłowy czas. O której godzinie znowu pokażą to samo? Co wtedy pokażą?

6. Jan Bałagan chciał naszkicować wykres funkcji $y=2x+6$, ale pomylił osi i na rysunku pionową nazwał OX , a poziomą OY . Jak w takim układzie współrzędnych powinien narysować wykres tej funkcji?

7. - Jesz więcej niż ja – powiedział Flip do Flapa.
 - To nieprawda – odrzekł Flap.
 - Obaj nie macie racji – powiedział Flop.
 - Masz racje – powiedział Flup.
 Ile z tych zdań jest prawdą?

8. Które z liczb 2, 23, 234, ..., 23456789 mogą być pierwsze?

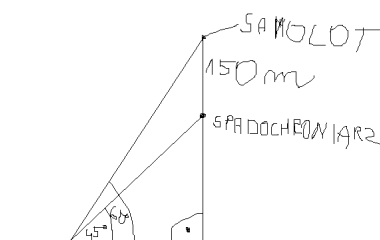
9. Liczby całkowite dodatnie a, b, c, d mają następującą własność:
 $abcd + abc + bcd + cda + dab + ab + bc + cd + da + ac + bd + a + b + c + d = 2009$.
 Ile wynosi suma tych czterech liczb?

10. Stożek ścięty powstał przez odcięcie mniejszego stożka płaszczyzną prostopadłą do osi stożka o promieniu podstawy 6 cm i wysokości 8 cm. Okazało się, że powierzchnia boczna otrzymanej bryły jest taka sama jak suma powierzchni jej podstaw. Na jakiej wysokości nad podstawą obcięto wyjściowy stożek? (ewent. w jakiej proporcji cięcie podzieliło wysokość)



DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IX – ROK SZKOLNY 2009/10
GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA
MECZ II

1. Ślimak siedzi w narożniku górnej ścianki sześcianu o krawędzi długości 1 m. Ślimaki tego gatunku poruszają się z prędkością 1 m/h. Jaka część powierzchni sześcianu znajduje się w zasięgu ślimaka, który chce wybrać się na godzinny spacer?
2. Ile jest liczb czterocyfrowych, które czytane od tyłu stają się większe?
3. Liczba wszystkich uczniów w klasie na koniec roku była mniejsza o 5% od liczby uczniów na początku roku, natomiast liczba dziewcząt w klasie wzrosła z 40% na początku roku do 50% wszystkich uczniów na koniec roku. Jak zmieniła się liczba dziewcząt na koniec roku w stosunku do początku roku szkolnego?
4. Na poligonie plutonowy Gustaw Jeleń wykonał (w warunkach bojowych) szkic sytuacyjny przedstawiony obok. Na jakiej wysokości znajdował się wtedy spadochroniarz?
5. Ile dzielników naturalnych ma iloczyn stu różnych liczb pierwszych?
6. Boris Biker startuje w Tour de Transylvania na niezwykłym rowerze własnej konstrukcji (co jest zgodne z regulaminem zawodów): tylnie koło jest większe (jego promień wynosi 40 cm), a przednie mniejsze (ma promień 30 cm). Po I etapie wyścigu licznik obrotów umieszczony na przednim kole wskazał 120000. Ile obrotów wskazał licznika tylnym kole?
7. Niech p będzie nieparzystą liczbą pierwszą. Ile różnych reszt z dzielenia przez p dają kwadraty liczb całkowitych?
8. Wiadomo, że $x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y}$. Ile wynosi iloczyn x i y ?
9. P, Q, R, S, T to kolejne wierzchołki wielokąta foremnego. Boki PQ i TS są nachylone pod kątem 140° . Ile boków ma ten wielokąt?
10. Sześcian przecięto na 2 części wzdłuż pewnego prostokąta. W efekcie łączna powierzchnia zwiększyła się o pewien ułamek powierzchni wyjściowego sześcianu. Jaka jest największa możliwa wartość tego ułamka?





DOLNOŚLĄSKIE MECZE MATEMATYCZNE
EDYCJA IX – ROK SZKOLNY 2009/10
GIMNAZJA – RUNDA PÓŁFINAŁOWA
MECZ III

1. Dwa kwadraty jednostkowe zachodzą na siebie nawzajem w taki sposób, że ich część wspólna jest ośmiokątem foremnym. Jakie jest pole tego ośmiokąta?
2. M i N to środki boków GH i FG równoległoboku $EFGH$. Pole trójkąta ENM wynosi 12 cm^2 . Jakie jest pole równoległoboku $EFGH$?
3. Jaka największa liczba o wszystkich cyfrach różnych jest podzielna przez 4?
4. Dla ilu liczb całkowitych n wyrażenie $\frac{n}{100-n}$ ma także wartość całkowitą?
5. Spośród 1000 uczestników międzynarodowej olimpiady matematycznej każdy zna biegle jakiś język obcy. 756 osób włada językiem angielskim, 621 – rosyjskim, 416 – francuskim, 471 – angielskim i rosyjskim, 315 – angielskim i francuskim a 228 – rosyjskim i francuskim. Ile osób włada tylko jednym językiem?
6. Czy istnieje taka liczba niewymierna x , że suma tej liczby i jej odwrotności jest wymierna?
7. W wypukłym czworokącie znaleźć punkt, którego suma odległości od wierzchołków jest najmniejsza.
8. Jaki jest największy wspólny dzielnik liczb $2 \cdot 10^{100} + 1$ oraz $5 \cdot 10^{100} + 7$?
9. Jaka jest ostatnia cyfra sumy sześciątów wszystkich czterocyfrowych wielokrotności jedenastu?
10. Czy w czworokącie wypukłym o bokach długości 5, 7, 5, 1 (z zachowaniem kolejności) przekątne są prostopadłe?