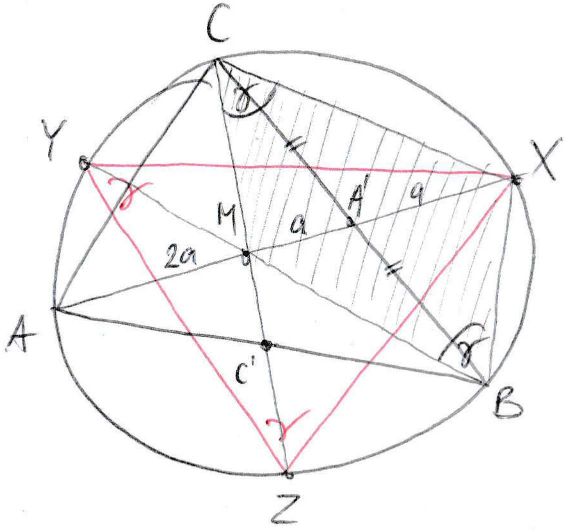
Zad. 7

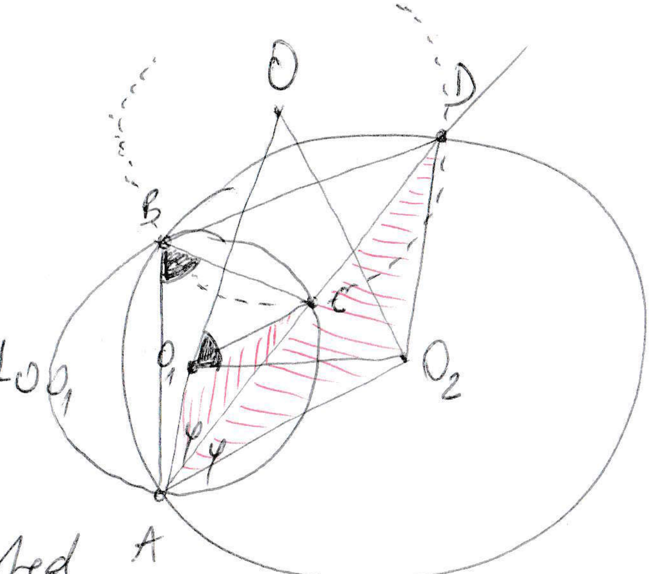


Zauważmy że z założenia $MA' = A'X$ stąd czworokąt $CMBX$ jest równoległobokiem (przekątne się połowią).

Mamy zatem $\underline{\sphericalangle XYZ} = \sphericalangle ZCX = \sphericalangle MCX = \sphericalangle MBX = \sphericalangle YBX = \underline{\sphericalangle YZX}$.

cbdo.

Zad. 10



Z. że $AB \perp O_1O_2$ oraz $BC \perp OO_1$

stąd $\sphericalangle ABC = \sphericalangle OO_1O_2 = \frac{1}{2} \sphericalangle AO_1C$.

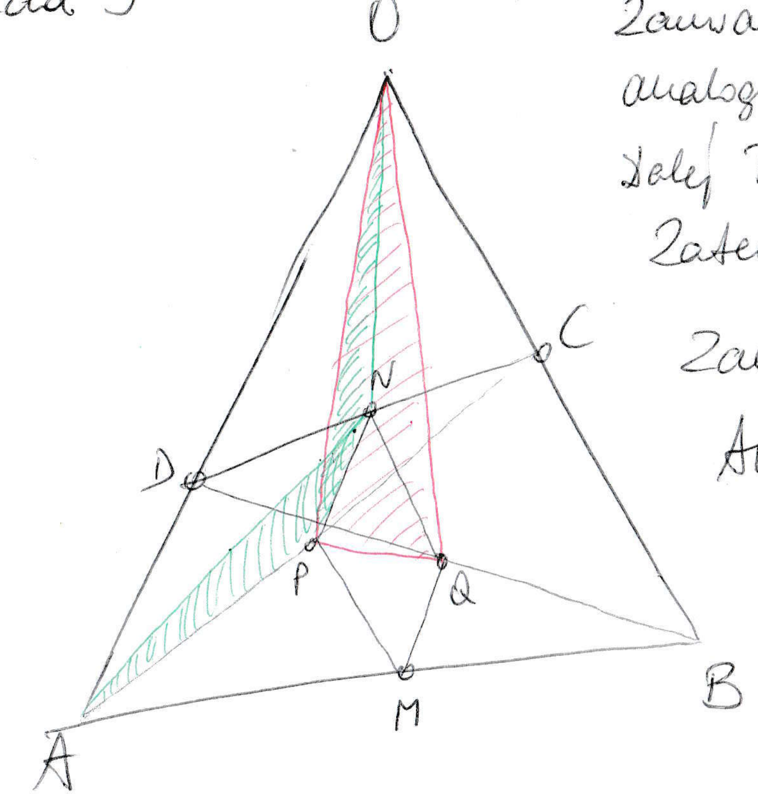
Z drugiej strony $BD \perp OO_2$ i $AB \perp O_1O_2$ stąd

$\sphericalangle OO_2O_1 = 180^\circ - \sphericalangle ABD = \frac{1}{2} \sphericalangle AO_2D$ ale ze względu na

założenie że AC jest dwusieczną trójkąty równoramienne

AO_1C i AO_2D są podobne i $\sphericalangle AO_1C = \sphericalangle AO_2D$. Stąd teza. $\sphericalangle OO_1O_2 = \sphericalangle OO_2O_1$

Zad. 5



Zauważmy że PN jest linią średnią w ΔACD stąd $PN \parallel AO$ i analogicznie $NQ \parallel BO$ stąd punkt N leży wewnątrz ΔOPQ. Dalej łatwo zauważyć że $PMQN$ jest równoległobokiem.

Zatem $P_{OPQ} = P_{PQN} + P_{PNO} + P_{ONQ} = \frac{1}{2} P_{PMQN} + P_{PNO} + P_{ONQ}$.

Zauważmy teraz że w trapezie $APNO$ mamy $P_{PNO} = P_{APN} = \frac{1}{4} P_{ACD}$

Analogicznie $P_{ONQ} = P_{BNQ} = \frac{1}{4} P_{BCD}$.

Wystarczy teraz wykazać że $\frac{1}{2} P_{PMQN} = \frac{1}{4}(P_{ABD} - P_{ACD})$

$\downarrow$

zadanie domowe

Po zsumowaniu teza.