

# Matematyka Bez Granic



Mathématiques  
SANS  
Frontières



## Etap wstępny - Edycja 2014

- \* Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi (arkusz formatu A4)
- \* Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
- \* Staranność wykonania będzie również punktowana.

### Zadanie 1 (7 punktów): Bracia Daltonowie

Zredaguj odpowiedź w języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim używając co najmniej 30 słów.

Les frères Dalton sont quatre terribles bandits du Far West. Trois d'entre eux, Bill, Grat et Emmett sont emprisonnés. Chaque prisonnier est enfermé dans une des 12 cellules représentées sur le dessin. Chaque cellule a une seule fenêtre. Bob, le quatrième Dalton, pour libérer ses frères a à sa disposition les informations suivantes:

- La fenêtre de la cellule de Bill donne sur le sud,
- Bill est à l'étage supérieur de Grat,
- la fenêtre de la cellule de Grat donne sur l'est,
- Emmett, qui a été emprisonné au deuxième étage, est dans une cellule située plus à l'ouest de celle de Grat,
- il n'existe qu'une seule cellule juste en dessous de celle de Bill.

Sur le dessin, vous pouvez voir le gardien de prison. Son emplacement est comme indiqué (2, A, II).

Aidez Bob à libérer ses frères en indiquant la position de chacun d'eux. Justifiez votre réponse.

Die Dalton-Brüder sind vier gefürchtete Banditen aus dem Wilden Westen. Drei von ihnen, Bill, Grat und Emmett, werden gefangen genommen. Jeder wird alleine in eine der 12 abgebildeten Gefängniszellen gesperrt. Jede Zelle hat nur ein einziges Fenster. Der vierte Dalton, Bob, verfügt über folgende Hinweise um seine Brüder zu befreien:

- Das Fenster von Bills Zelle ist nach Süden ausgerichtet.
- Bill befindet sich im Stockwerk oberhalb von Grat.
- Das Fenster von Grats Zelle ist nach Osten ausgerichtet.
- Emmett, der im 2. Stock eingeschlossen ist, befindet sich in einer Zelle, die weiter im Westen liegt als Grats Zelle.
- Eine der Zellen befindet sich direkt unter Bills Zelle.

Auf der Abbildung sieht man den Gefängniswärter. Seine Position wird wie folgt angegeben: (2 ; A ; II).

Helpf Bob seine Brüder zu befreien, indem ihr ihm die Positionen von Bill, Grat und Emmett.

Los hermanos Dalton son cuatro terribles bandidos del Oeste. Tres de ellos, Bill, Grat y Emmett fueron hechos prisioneros. Cada uno está encerrado por separado en una de las 12 celdas de la cárcel representada aquí arriba. Cada celda tiene sólo una ventana. Para liberar a sus hermanos, el cuarto hermano Dalton, Bob, dispone de las siguientes indicaciones:

- La ventana de la celda de Bill está orientada hacia el sur.
- Bill está en el piso de encima del de Grat.
- La ventana de la celda de Grat está orientada al este.
- Emmett, encerrado en el segundo piso, se encuentra en una celda más al oeste que la celda de Grat.
- Hay una celda justo debajo de la celda de Bill.

En el dibujo, vemos al guardia de la prisión. Su posición se denota por (2, A, II).

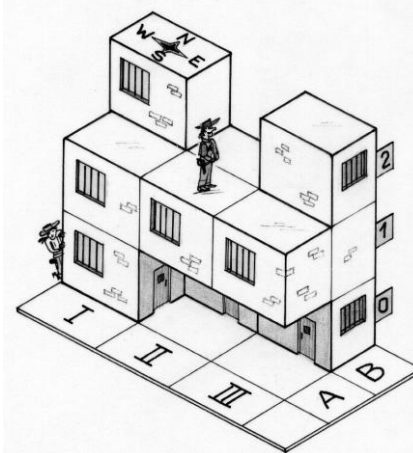
Ayuda a Bob a liberar a sus hermanos indicando la posición de cada uno de ellos. Justifica la respuesta.

The Dalton Brothers are four ruthless outlaws from the Wild West. Three of the four, Bill, Grat and Emmett, have been imprisoned. Each one is locked up on his own in one of the 12 cells of the prison shown here. Each cell has only one window. In order to set his brothers free the fourth brother, Bob, uses this information:

- The window of Bill's cell faces south.
- Bill is on the floor above Grat.
- The window of Grat's cell faces east.
- Emmett is on the 2nd floor in a cell which lies more to the west than Grat's cell.
- There is just one cell beneath Bill's.

On the diagram you can see the prison warder at position (2, A, II).

Help Bob set his brothers free by finding the position of each brother. Justify your answer.



sua posizione è indicata come (2; A; II).

Aiutate Bob a liberare i suoi fratelli indicando la posizione di ognuno. Giustificate la risposta.

I fratelli Dalton sono quattro terribili banditi del Far West.

Tre di essi, Bill, Grat et Emmett sono imprigionati. Ognuno è rinchiuso da solo in una delle 12 celle della prigione rappresentata nel disegno. Ogni cella ha una sola finestra.

Bob, il quarto Dalton, per liberare i suoi fratelli ha a disposizione le seguenti informazioni:

- la finestra della cella di Bill è esposta a sud,
- Bill si trova al piano disopra a Grat,
- la finestra della cella di Grat è esposta a est,
- Emmett, rinchiuso al secondo piano, si trova in una cella più a ponente di quella di Grat,
- c'è una cella proprio sottostante quella di Bill.

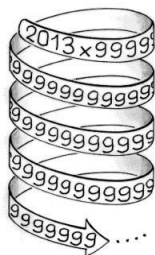
Nel disegno, si vede la guardia della prigione. La

# Matematyka Bez Granic

## Zadanie 2 (5 punktów) : Tylko dziewiątki!

Mamy iloczyn dwóch liczb postaci:  $2013 \times \underbrace{999 \dots 999}_{2013\text{-cyfr}}$

Jaka jest suma cyfr tego iloczynu? Uzasadnij.



## Zadanie 3 (7 punktów) : Geometria podstawek

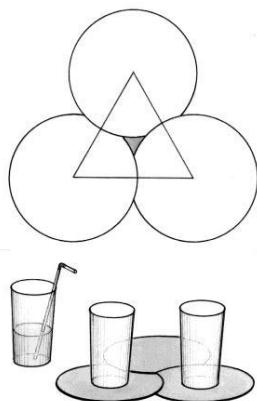
Na stoliku w restauracji postawiono trzy okrągłe podstawki o średnicy 10 centymetrów.

Podczas zabawy układamy je w taki sposób, że ich środki tworzą wierzchołki trójkąta równobocznego.

Przybliżyliśmy je tak, że szary fragment

przedstawiony na rysunku obok znika. Środków okręgów są nadal wierzchołkami trójkąta równobocznego.

Oblicz długość boku tego trójkąta.



## Zadanie 4 (5 punktów) : Oddalanie

Dzięki aplikacji w telefonie Jacek może wyświetlać obrazy satelitarne w różnych skalach. Jacek wyświetla widok swojego osiedla. Na dole po lewej stronie widnieje jego dom, a na górze po prawej - szkoła, oddalone od siebie o 150 metrów w linii prostej. Jacek przesuwa dwoma palcami po przekątnej ekranu ku środkowi (wykonując „gest szczypania”), aby zmniejszyć obraz. Wtedy ekran wyświetla większy obraz satelitarne: Jacek widzi całą swoją miejscowość. Przekątna na ekranie odpowiada odległości 600 metrów w rzeczywistości. Jacek wykonuje ten ruch jeszcze wiele razy - aż do momentu, gdy widzi dużą część Europy.

Na ostatnim obrazie, przedstawionym na ilustracji obok, przekątna łączy Berlin i Mardyt, miasta oddalone od siebie o 1860 kilometrów w linii prostej. Ile razy Jacek przesunął palcami po ekranie (wykonał „gest szczypania”) od widoku swojego osiedla do ostatniego obrazu? Uzasadnij.

## Zadanie 6 (5 punktów) : Strona nieparzysta

Na mojej ulicy, po stronie z numerami nieparzystymi, domy mają numery 1, 3, 5, 7, ... Mieszkam pod numerem 37. Gdyby numeracja rozpoczynała się z drugiej strony (t.j. od końca), to mieszkałbym pod numerem 65.

Ile jest domów na mojej ulicy po stronie nieparzystej? Uzasadnij.

Mathématiques  
SANS  
Frontières

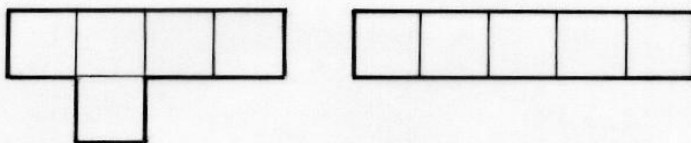
2014 matematyka  
BEZ GRANIC  
POLSKA EDYCJA MIĘDZYNARODOWEGO KONKURSU MATEMATYCZNEGO  
MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES



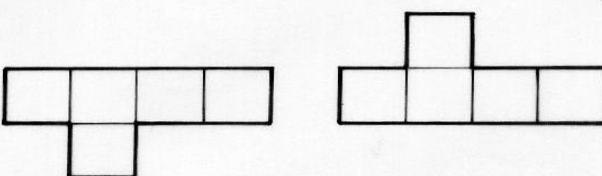
pum

## Zadanie 5 (7 punktów) : Wyjątkowe zaproszenie

Pentomino to zestaw pięciu jednakowych kwadratów połączonych w taki sposób, że każdy z nich ma co najmniej jeden bok wspólny z jednym z pozostałych kwadratów. Oto dwa przykłady pentomino:



Dwa pentomino dające się nałożyć na siebie przez obrót lub symetrię uznajemy za jednakowe. Poniżej przykład jednakowych pentomin:



Istnieje 12 różnych pentomin, Karolina obchodzi urodziny 18 stycznia. Chce przygotować zaproszenie i ozdobić je sześcioma różnymi pentominami, pozostawiając kratkę z liczbą „18” wolną (podobnie jak na rysunku obok).

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 29 | 30 | 31 |    |    |    |    |

Pomóż jej przygotować zaproszenie. Zaznacz pentomina sześcioma różnymi kolorami. Narysuj je wszystkie.

# Matematyka Bez Granic

## Zadanie 7 (7 punktów) : Zagubiony kwadrat

Oto tekst ze starego zeszytu uczniowskiego:

„Narysuj kwadrat  $ABCD$ .

Skonstruuj punkt  $A'$  symetryczny do punktu  $A$  względem  $B$ .

W ten sam sposób skonstruuj punkty:

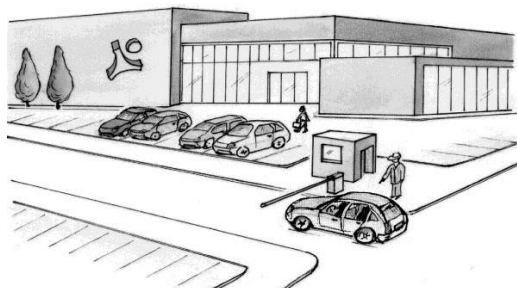
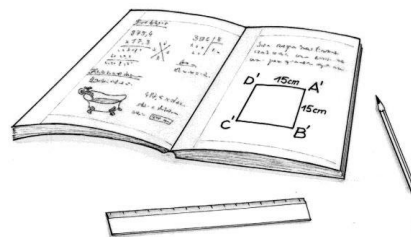
$B'$  symetryczny do  $B$  względem  $C$ ,

$C'$  symetryczny do  $C$  względem  $D$ ,

$D'$  symetryczny do  $D$  względem  $A$ .

Niestety, w zeszycie widnieje tylko kwadrat  $A'B'C'D'$  o boku 15 cm. Narysuj kwadrat  $A'B'C'D'$  o boku 15 cm.

Skonstruuj wyjściowy kwadrat  $ABCD$ . Opisz konstrukcję i uzasadnij.



## Zadanie 8 (5 punktów) : Wspólne przejazdy

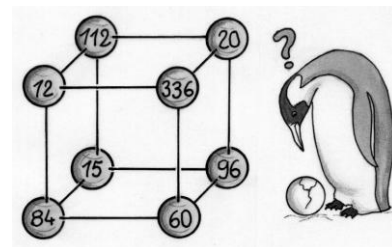
Dziś rano parkingowy dużego przedsiębiorstwa zaobserwował, że wjechało tyle samo samochodów z trzema, co z czterema osobami oraz tyle samo samochodów z dwiema osobami, co z samym kierowcą. Liczba osób w samochodzie nie przekraczała czterech.

Wiedząc, że samochodami przyjechało 100 osób, określ liczbę samochodów, które wjechały na parking. Podaj wszystkie możliwości.

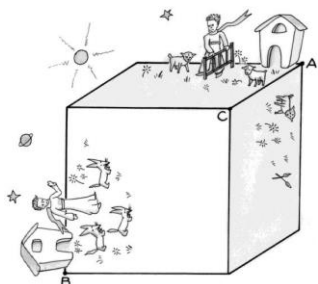
## Zadanie 9 (7 punktów) : Algebra kul

Wewnątrz ośmiu kul ukryto liczby całkowite od 1 do 8. Każda kula zawiera tylko jedną liczbę. Wszystkie osiem kul umieszczono w wierzchołkach przedstawionego obok sześcianu. Na każdej kuli zapisano iloczyn liczb ukrytych w trzech kulach połączonych z daną kulą krawędziami.

Narysuj sześcian i określ zawartość każdej kuli.



## Zadanie 10 (10 punktów) : Sprytny łagodny podział

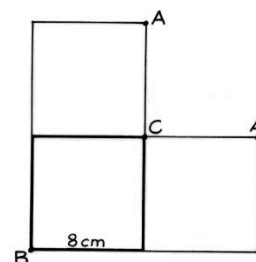


W odległej galaktyce znajduje się sześcienna planeta, zamieszkała przez dwie populacje: baranki hodowane przez księcia Arikara, którego owczarnia znajduje się w  $A$  oraz nieco dzikie lisy, których strzeże księżniczka Bella. Jej gospodarstwo znajduje się w  $B$ . Arikar chce zbudować ogrodzenie, które miałyby chronić jego baranki. Dzieliłoby ono powierzchnię planety na dwie części za pomocą linii granicznej, która obiegałaby planetę dookoła. Linia graniczna musi mieć następującą cechę: jeśli baranek spotka lisa w dowolnym punkcie na linii, to odległość, którą muszą oboje pokonać, aby powrócić jak najkrótszą drogą do swych gospodarstw, musi być jednakowa.

Odtwórz rozwinięcie trzech widocznych ścian, przedstawionych obok (po prawej).

Na rozwinięciu zaznacz dwa punkty należące do linii granicznej. Uzasadnij.

Skonstruuj linię graniczną na przedniej ścianie rozwinięcia. Pomóż księciu umieścić ogrodzenie rysując linię graniczną na trzech widocznych ścianach sześcienną planetę przedstawioną w perspektywie.





# Matematyka Bez Granic

## Zadania specjalne dla klasy pierwszej szkoły ponadgimnazjalnej

### Zadanie 11 (5 punktów) : Pomieszanie kolorów

Ela bierze cztery różnokolorowe pisaki i zdejmuje nakrywki. Każda nakrywka ma kolor odpowiadającego jej pisaka. Bez patrzenia, Ela nakłada przypadkowo z powrotem nakrywki.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że każda nakrywka trafi na właściwy pisak? Uzasadnij.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadna nakrywka nie trafi na swoje miejsce? Uzasadnij.



### Zadanie 12 (7 punktów) : Tylko Chaplin



W pewnym gimnazjum z okazji tygodnia kina wszyscy uczniowie obejrzeli trzy filmy Charliego Chaplina: „Dzisiejsze czasy”, „Dyktator” i „Światła wielkiego miasta”. Po projekcji wszyscy uczniowie musieli odpowiedzieć „tak” albo „nie” na pytanie: „Czy film spodobał ci się?”

- 71% spodobały się „Dzisiejsze czasy”;
- 76% spodobał się „Dyktator”;
- 63% spodobały się „Światła wielkiego miasta”.

Jaki jest maksymalny, a jaki minimalny procent uczniów, którym spodobały się wszystkie trzy filmy? Wyjaśnij swój tok rozumowania.

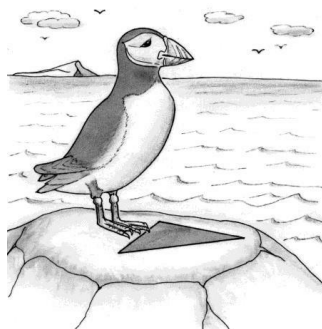
### Zadanie dla 1. klas ogólnych i technicznych

### Zadanie dla 1. klas zawodowych

### Zadanie 13 (10 punktów) : Co za spodek

Oto szczególny przykład trójkąta równoramiennego: jeden z jego wierzchołków jest środkiem odcinka łączącego spodek jednej z wysokości ze środkiem jednego boku.

Przypomnijmy, że w trójkącie  $ABC$  spodem wysokości poprowadzonej z wierzchołka  $A$  nazywamy punkt przecięcia wysokości z prostą  $BC$ .



Narysuj trójkąt równoramienny, o którym mowa w zadaniu.

Oblicz długości jego boków z dokładnością do 1 mm dla pola równego  $1 \text{ dm}^2$ .

### Zadanie 13 (10 punktów) : Żetony Julii

Julia układa z żetonów trójkąty równoboczne.

Oto największy trójkąt równoboczny, jaki udało jej się ułożyć mając do dyspozycji 13 żetonów.

Ilu żetonów użyje Julia do ułożenia największego możliwego trójkąta równobocznego, mając do dyspozycji 2013 żetonów? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Z ilu żetonów będzie się składał każdy bok tego trójkąta? Uzasadnij.

Uznaje się rozwiązanie przedstawione za pomocą arkusza kalkulacyjnego.

Mathématiques  
SANS  
Frontières

2014 matematyka  
BEZ GRANIC  
TOWARZYSTWO MIĘDZYPOLSKICH NAUCZYCIELI MATEMATYKI  
MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES

rok zał. 1919  
ptm