

Matematyka Bez Granic



Etap wstępny - Edycja 2012

- * Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi.
- * W zadaniach 1, 5, 9, 10, 12 i 13 należy przedstawić tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
- * Wszystkie, nawet częściowe, rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
- * Staranność wykonania będzie również punktowana.



Zadanie 1 (7 punktów) Chronometr

Zredaguj odpowiedź w języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim, używając co najmniej 30 słów.

Le garde du château doit ouvrir les portes dans exactement 6 heures. Pour mesurer le temps, il dispose de 3 bougies : la grande fond en 4 heures, la moyenne en 3 heures et la petite en 1 heure.

Il n'est pas possible de repérer précisément quand une bougie s'est réduite de moitié, du tiers, du quart

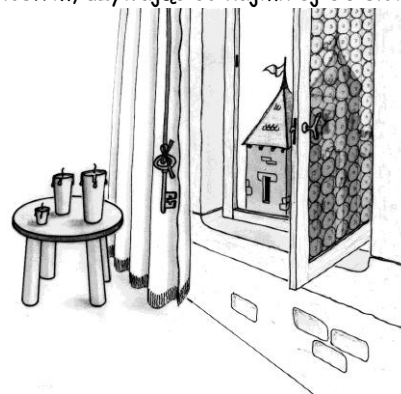
...

Comment le garde doit-il s'y prendre?

Der Burgwächter muss die Tore der Burg in genau 6 Stunden öffnen. Um die Zeit zu messen, verfügt er über 3 Kerzen: Die große schmilzt in 4 Stunden, die mittlere in 3 Stunden und die kleine in einer Stunde. Man kann nicht genau abmessen, wann eine Kerze sich um die Hälfte, um ein Drittel, um ein Viertel verkleinert hat

...

Wie muss der Burgwächter vorgehen?



The porter of a castle has to open the main gates in exactly 6 hours time. To measure the time passing he has 3 candles: the big one burns itself out in 4 hours, the middle-sized one in 3 hours and the small one in 1 hour. It is not possible to know precisely when a candle would be half-used or one third used, or a quarter

How will he be able to do it ?

La guardia del castello deve aprire le porte esattamente tra 6 ore. Per misurare il tempo ha a disposizione 3 candele: la grande si consuma in 4 ore, la media in 3 ore e la piccola in un'ora.

Non è possibile individuare esattamente quando una candela si è ridotta della metà, di un terzo, di un quarto....

Come deve organizzarsi la guardia?

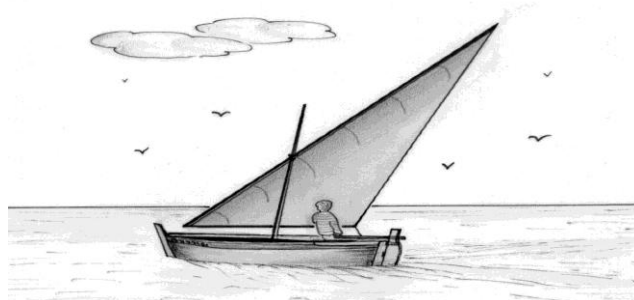
El guardián del castillo tiene que abrir las puertas dentro de 6 horas exactamente. Para medir el tiempo, dispone de 3 velas: la grande se derrite en 4 horas, la mediana en 3 horas y la pequeña en 1 hora. Es imposible saber cuando una vela se ha derretido por la mitad, la tercera parte, la cuarta parte....

¿Como tiene que proceder el guardián?

Zadanie 2 (5 punktów) Ostrokatny podział

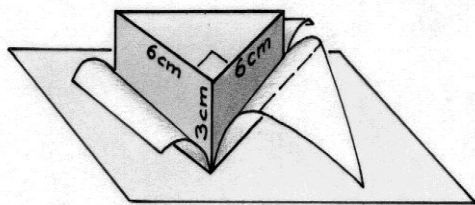
Trójkąt nazywamy ostrokatnym, jeśli ma trzy kąty ostre. Martin Gardner (1914-2010), specjalizujący się w matematyce relaksacyjnej, stwierdził, że można podzielić trójkąt, który ma jeden kąt rozwarty na same trójkąty ostrokatne.

Narysuj trójkąt, który ma jeden kąt rozwarty i podziel go na trójkąty ostrokatne.



Mathématiques
SANS
Frontières

Zadanie 3 (7 punktów) Ekonomiczna siatka



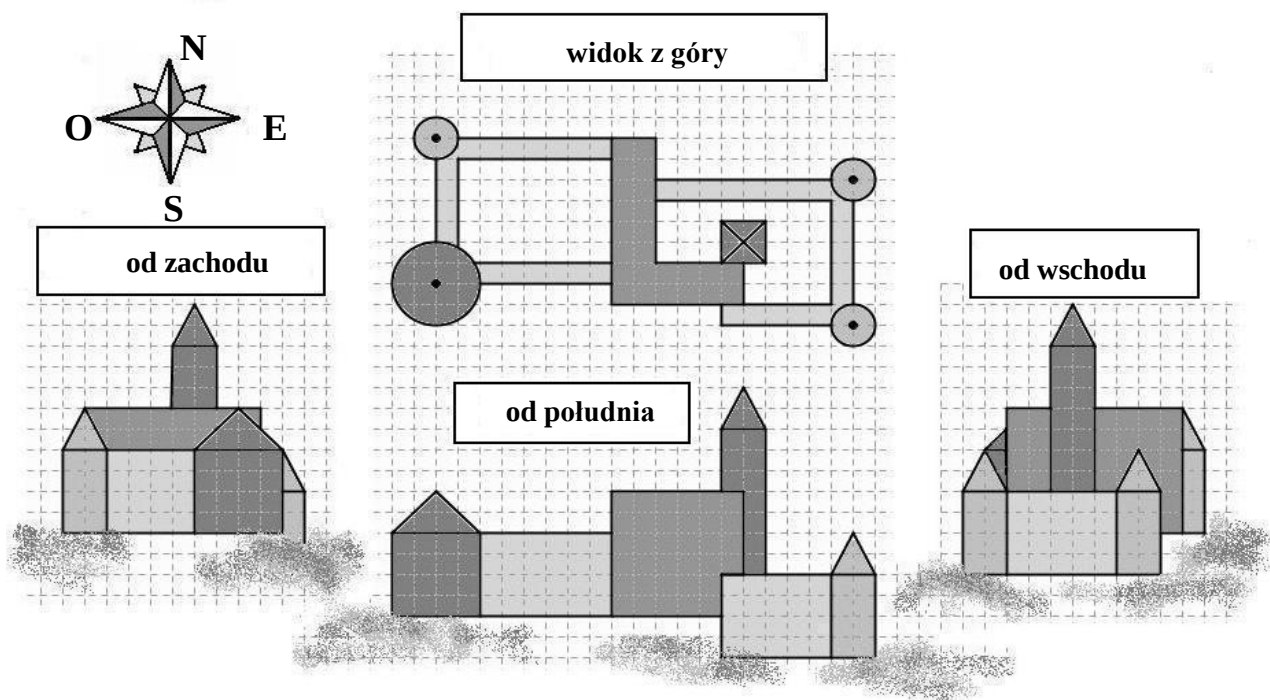
Budujemy graniastopuł o wysokości 3 cm. Jego podstawą jest trójkąt prostokątny równoramienny, którego ramiona mają długość 6 cm. Ze wszystkich siatek tego graniastopuła szukamy takiej, którą można umieścić w prostokącie o jak najmniejszym polu.

Narysuj siatkę tego graniastopuła umieszczoną w prostokącie o najmniejszym polu.

Zadanie 4 (5 punktów) Zabytkowy zamek

Na podstawie zdjęć zamku Haut-Koenigsbourg, wpisanego na listę zabytków narodowych Francji, Ewan sporządził cztery rysunki: widok z góry, od zachodu, od południa i od wschodu.

Przedstaw na kartce w kratkę rysunek zamku Haut-Koenigsbourg od strony północnej.

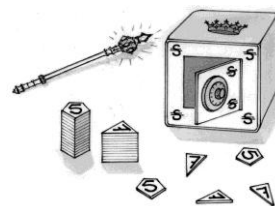


Zadanie 5 (7 punktów) Bezcenna bajka

W wymyślonej krainie, w której jednostką monetarną był szept (S), król wprowadził tylko dwa rodzaje monet: o wartości 5 S i 7 S. Mieszkańcy mieli kłopot z płaceniem małych kwot, ponieważ np. zakup jabłka za 1 S wiązał się z koniecznością zapłacenia 3 monet po 5 S i otrzymania 2 monet po 7 S reszty, ale lud przyzwyczał się do tego.

Sporządź listę wszystkich takich kwot do 30 S, które nie wymagają wydawania reszty.

Uzasadnij, że wszystkie kwoty wyższe od 30 S można zapłacić bez wydawania reszty.



Mathématiques
SANS
Frontières

Zadanie 6 (5 punktów) Magiczny pięciokąt

Chcemy, aby pięciokąt z rysunku obok stał się magiczny. W tym celu musimy wpisać w kółka na jego obwodzie liczby całkowite od 1 do 10 tak, aby suma liczb umieszczonych na każdym boku była jednakowa.

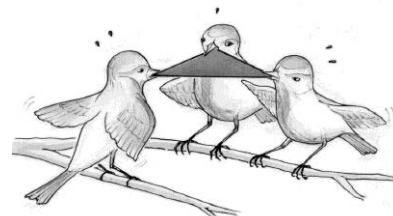
Narysuj magiczny pięciokąt i wpisz odpowiednie liczby.



Zadanie 7 (7 punktów) Dwie cyfry a trzy kąty

„Och, spójrz na ten trójkąt równoramienny! Miary jego kątów w stopniach są liczbami całkowitymi i wystarczą tylko dwie cyfry, żeby zapisać miary wszystkich trzech kątów!”

Znajdź wszystkie trójkąty równoramienne, które posiadają tę własność.

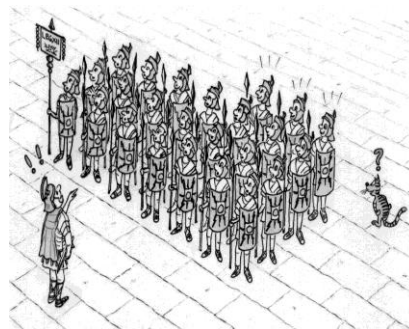


Zadanie 8 (5 punktów) O jedną trójkę za dużo

Centurion rozkazuje legionistom: „Ustawcie się czwórkami!”. Żołnierze kohorty wykonują rozkaz, lecz ostatni rząd pozostaje niekompletny: liczy jedynie 3 żołnierzy. „Ustawcie się piątkami!” – krzyczy więc centurion, lecz w ostatnim niepełnym rzędzie jest znowu 3 żołnierzy. Zniecierpliwiony wydaje kolejny rozkaz: „Ustawcie się siódmkami!”. Jednak znowu w ostatnim rzędzie pozostaje 3 legionistów.

Oblicz, ilu jest legionistów w kohorcie, wiedząc, że jest ich mniej niż 200.

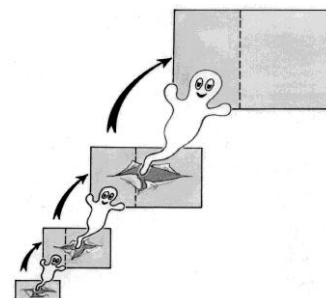
Zaproponuj centurionowi ustawienie jego kohorty, w co najmniej dwóch rzędach tak, aby wypełnić wszystkie miejsca.



Zadanie 9 (7 punktów) Niedaleko pada jabłko od jabłoni

Jest to historia małego prostokąta o wymiarach $2\text{ mm} \times 3\text{ mm}$. Rośnie on każdego dnia, aby stać się większym prostokątem. Jego nowa szerokość jest równa starej długości, a nowa długość jest równa sumie dwóch starych wymiarów.

Uzasadnij, po upływie ilu dni jego pole przekroczy $1,5\text{ m}^2$.

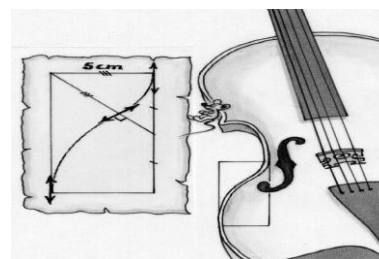


Zadanie 10 (10 punktów) Krzywa lutnika

Gdy szperałem w papierach mojego dziadka lutnika, wpadł mi w ręce stary szkic, pozółtkły ze starości i nadgryziony przez myszy. Odgadłem, że chodzi o krzywą złożoną z łuków dwóch okręgów umieszczoną w pewnym prostokącie. Zauważyłem, że narysowane strzałki są styczne do tych łuków i jednocześnie prostopadłe do narysowanych linii.

Zbuduj prostokąt i narysuj krzywą zgodnie z podanymi informacjami.

Odpowiedź uzasadnij.



Zadania dodatkowe dla klasy pierwszej szkoły ponadgimnazjalnej

Zadanie 11 (5 punktów) Ten numer ma Lea

Pod koniec lekcji o zdarzeniach losowych, nauczyciel przydziela każdemu ze swoich 27 uczniów inny numer od 1 do 27 i mówi: „Teraz zbiorę wasze zeszyty – wszystkie albo tylko niektóre, jeszcze nie wiem. Zdam się na przypadek. Niech wyboru dokona szczęśliwa kostka do gry, którą rzucę. Zbiorę zeszyty tych uczniów, których numer jest wielokrotnością wyrzuconej liczby.” Lea stwierdza, że szanse na to, że nauczyciel zbierze jej zeszyt wynoszą $\frac{2}{3}$.

Jaki numer może mieć Lea? Podaj wszystkie możliwości.



Zadanie 12 (7 punktów) Harmonijny podział

Podczas długiej podróży pociągiem Harald i Matylda używają ciągle swoich przenośnych odtwarzaczy. Na początku Harald słucha muzyki, a Matylda – gra w gry wideo. Baterie obu odtwarzaczy są identyczne – ich żywotność wynosi 12 godzin, jeśli służą do słuchania muzyki oraz 4 godziny, jeśli są używane do gier wideo. Po pewnym czasie Harald proponuje Matyldzie zamianę baterii, aby oboje mogli używać odtwarzaczy tyle samo czasu.

Uzasadnij, o której godzinie będą musieli dokonać zamiany, jeśli włączyli odtwarzacze o 9:00.



Zadanie 13 (10 punktów) W czterech kolorach

Szczepan narysował rozetę złożoną z sześciu okręgów, których środki są wierzchołkami sześciokąta foremnego oraz z siódmego okręgu stycznego do nich. Następnie pokolorował rysunek czterema kolorami, jak na ilustracji obok.

Na karcie odpowiedzi sporządź rysunek rozety w czterech kolorach.

Porównaj powierzchnie czterech pokolorowanych obszarów. Odpowiedź uzasadnij.

