Zadanie 1 (7 punktów) Czekoladowa logika

Żeby odpowiedź na pytanie brzmiała „**nie**", wystarczy, że jedno z dzieci nie będzie chciało gorącej czekolady.

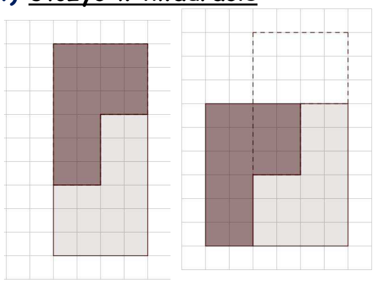
Anatole nie odpowiada „nie", więc chce gorącą czekoladę. Nie wie, czy Benjamin i Chloé też chcą, więc odpowiada „**nie wiem**".

Również **Benjamin nie odpowiada „nie"**, więc chce gorącą czekoladę, ale nie zna odpowiedzi Chloé. Odpowiada „**nie wiem**".

Chloé, która chce gorącą czekoladę, zrozumiała z odpowiedzi swoich braci, że chcą czekoladę. Może odpowiedzieć „**tak**".

Zadanie 2 (5 punktów) Ułożyć w kwadracie

Aby wyznaczyć pole powierzchni kwadratu, można najpierw obliczyć pole powierzchni prostokąta.



Zadanie 4 (5 punktów) Bok do boku

D 5	D 1	D 2	D 6	A 6	A 5	A 1	A 2
B 5	B 1	B 2	B 6	C 6	C 5	C 1	C 2
B 8	B 4	B 3	B 7	C 7	C 8	C 4	C 3
A 8	A 4	A 3	A 7	D 7	D 8	D 4	D 3

Zadanie 3 (7 punktów) Matematyczna piłka nożna

„Niebieskie fale" strzeliły więcej bramek, niż straciły. Nie mogły, więc zremisować w meczu, którego nie przegrały. „Rozgwiazda" nie strzeliła żadnej bramki, więc nie mogła wygrać meczu. Wnioskujemy stąd, że był remis 0 – 0 z „Sosnowym lasem".

„Sosnowy las" wygrał, zatem z „Niebieskimi falami" 2 - 1 itd..

Drużyna	Liczba wygranch meczów	Liczba remisów	Liczba przegranyc h meczów	Liczba zdobytych bramek	Liczba straconych bramek
Niebieskie Fale	1	0	1	3	2
Rozgwiazda	0	1	1	0	2
Sosnowy las	1	1	0	2	1

Zadanie 5 (7 punktów) Może zostać tylko jeden!

Bierzemy pod uwagę sumę zapisanych liczb. Suma ta zmiejsza się o jeden na każdym etapie. Na początku suma wynosi 1+2+3+…+10=55. Po dziewięciu etapach, niezbędnych do tego, aby pozostała tylko jedna zapisana liczba, suma jest równa 55-9=**46**. Dla liczb od 1 do 100, uzyskany wynik wynosi: (1+2+3+…+100)-99=5050-99=**4951**.

Zadanie 6 (5 punktów) Walc pocałunków

Jeśli zliczymy uściski dłoni pomiędzy nauczycielami i uczniami ($3 \times 24= 72$), pozostanie 118-72=46 uścisków dłoni, albo pomiędzy nauczycielami, albo pomiędzy chłopcami.

Uczniowie mogą próbować rozwiązać to zadanie metodą prób i błędów.

Na przykład dla 9 uczniów płci męskiej: 8+7+6+5+4+3+2=35 uścisków dłoni, pozostaje 7 uścisków dłoni dla nauczycieli, co jest niemożliwe.

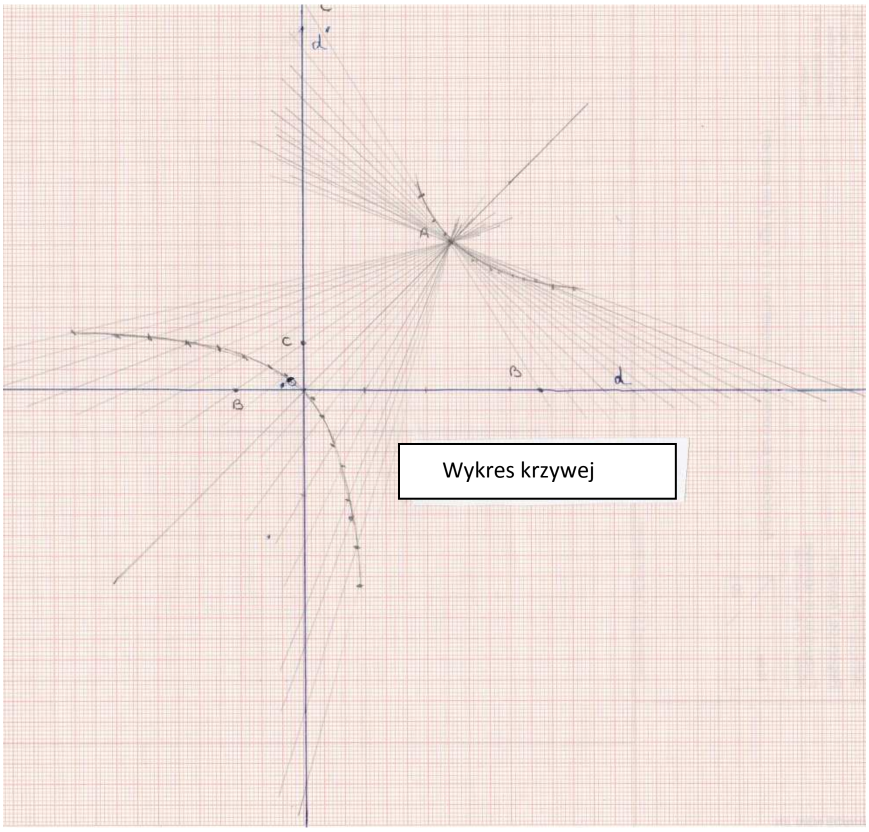
Jest więcej chłopców! Dla 10 uczniów płci męskiej, liczymy 44 uścisków dłoni. Pozostają dwa uściski dłoni dla nauczycieli. Stąd mamy dwóch nauczycieli płci męskiej.

Ostatecznie w wycieczce uczestniczyło 14 dziewcząt i jedna nauczycielka.

.

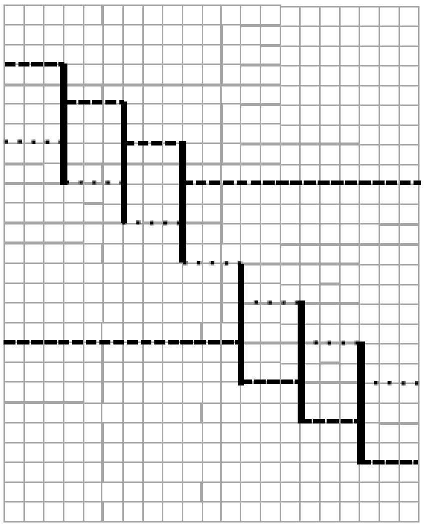
Zadanie 7 (7 punktów) Powrót z daleka

Otrzymana krzywa jest hiperbolą.

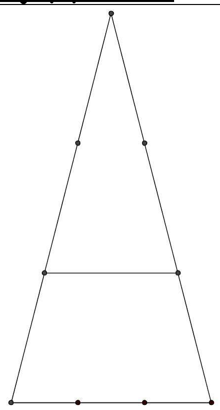
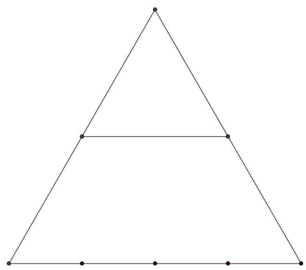


Zadanie 8 (5 punktów) Kirigami

Zginamy wzdłuż linii przerywanych (-----)„do tyłu", zginamy wzdłuż linii przerywanych (……)"do przodu" i przecinamy wzdłuż linii ciągłych (____).



Zadanie 9 (7 punktów) Zbudujmy piramidę!

Ściana boczna		
	$b = 3\times 8 = 24$ i $a = 3\times 4 = 12$	$b = 2\times 8 = 16$ i $a = 4\times 4 = 16$
Wysokość piramidy	$\sqrt{b^2-\frac{a^2}{2}}=\sqrt{24^2-\frac{12^2}{2}}=\sqrt{504}=6\sqrt{14}\approx 22{,}4$	$\sqrt{b^2-\frac{a^2}{2}}=\sqrt{16^2-\frac{16^2}{2}}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}\approx 11{,}3$

Zadanie 10 (10 punktów) **Obywatele, do wskazówek!**

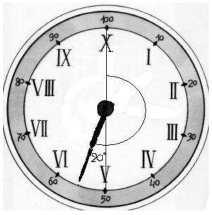
O godzinie dwunastej mała wskazówka pokonała już połowę tarczy; wskazuje piątkę. Duża wskazówka wskazuje dziesiątkę.

Przerwa obiadowa trwa 1 godz. 20 min., co odpowiada 1/18 dnia; w konsekwencji, począwszy od „5", mała wskazówka porusza się o 1/18 x 360' = 20'

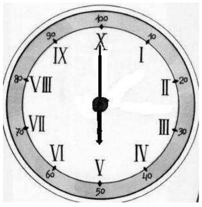
1 godz. 20 min. w przeliczeniu na „minuty dziesiętne" daje $\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{72}\right)\times 10\times 100=\frac{1000}{18}$.

Duża wskazówka pokonuje kąt $\dfrac{360\times\frac{1000}{18}}{100}=200^{\circ}$

Duża wskazówka zachodzi na małą wskazówkę.



Zegar w 13h20



Zegar w południe

Zadania specjalne dla pierwszej klasy szkoły ponadgimzjalnej

Zadanie 11 (5 punktów) **Dwie części**

Można odnieść się do objętości lub pól powierzchni, gdyż wysokość jest stała. Jeśli x jest długością boku kwadratowej podstawy kawałka styropianu, otrzymamy następujące nierówności: $x^2 - 400 < 400$ i $x^2 - 361 > 361$ rozwiązaniem, których jest **x=27 i x=28 cm.**

Zadanie 12 (7 punktów) **Niezmienność pięciokąta**

Niech x będzie bokiem pięciokąta, a A jego polem. Dzieląc pięciokąt na 5 trójkątów o wspólnym wierzchołku M i podstawach będących bokami pięciokąta, otrzymujemy:

$$A=\frac{x\times a}{2}+\frac{x\times b}{2}+\frac{x\times c}{2}+\frac{x\times d}{2}+\frac{x\times 2}{2}=\frac{x}{2}(a+b+c+d+e)$$

Następnie $a+b+c+d+e=\dfrac{2\times A}{x}$.

Kiedy przemieszczamy punkt M, pole powierzchni A i bok x pozostają niezmienne, zatem suma a + b + c + d + e jest niezmienna, niezależnie od punktu M.

Zadanie 13 (10 punktów) **Składanie w ułamkach (dla 1. klas ogólnych i technicznych)**

Z twierdzenia Pitagorasa dla małego pokolorowanego trójkąta wynika, że: po przekształceniach i uproszczeniu otrzymujemy: $x^2+(1/4)^2=(1-x)^2$

Dwa pokolorowane trójkąty są podobne, zatem z twierdzenia Talesa wynika, że: $x = 15/32$.

Zatem $y/(3/4) = (1/4)/x$ więc $y = 2/5$.

Można osiągnąć ten sam wynik wykorzystując równość kątów zaznaczonych na rysunku.

Mile widziane będzie uzasadnienie równości kątów.

Aby otrzymać 1/5 boku kartki, wystarczy złożyć y na dwie części.

***Uwaga**: Stosunkowo łatwo jest uogólnić obliczenie, wychodząc od 1/n, aby otrzymać przez złożenie ułamek 1/(n+1).*

Zadanie 13 (10 punktów **Pomysł na ciąg** **(dla 1. klas zawodowych)** Czwartą liczbą ciągu jest 9, a liczbą dwudziestą piątą – **6 148 940**.

1	1
1	2
1	3
9	4
12	5
23	6
45	7
89	8
169	9
326	10
629	11
1213	12
3190009	24
6148940	25