TEST WIADOMOŚCI „TEORIA MIARY" – XXV Zimowa Szkoła Matematyki Bardo Śląskie 2015

IMIĘ I NAZWISKO: ………………………………………………………… SZKOŁA: ……………………………………….

1. Podaj miarę wewnętrzną i zewnętrzną figury, która jest grzebieniem o wysokości 1 wystawionym prostopadle nad zbiorem:

a) $\{1/n\colon n\in\mathrm{N}\}$	W = ………………………	Z = …………………………	D Z N
b) Q ∩ [0, 1]	W = ………………………	Z = …………………………	D Z N
c) R\Q ∩ [0, 1]	W = ………………………	Z = …………………………	D Z N
d) R ∩ [0, 1]	W = ………………………	Z = …………………………	D Z N
e) Cantora	W = ………………………	Z = …………………………	D Z N
f) kwadratem jednostkowym	W = ………………………	Z = …………………………	D Z N
g) kwadratem sito	W = ………………………	Z = …………………………	D Z N

Zaznacz, które z nich względem miary Jordana są: D – miary dodatniej, Z – miary zerowej, N – niemierzalne.

2. Na jaką najmniejszą liczbę części należy rozciąć prostokąt $\sqrt{10}\times\sqrt{6}$, aby można było z nich złożyć prostokąt $\sqrt{15}\times 2$? ………

3. Uzasadnij, że graniastosłup prosty siedmiokątny jest równoważny przez rozcinanie z prostopadłościanem.

……

……

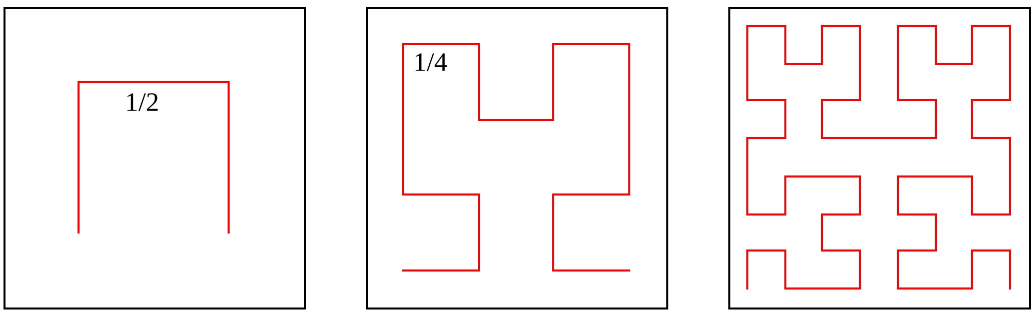
……

……

4. Krzywa Jordana jest obrazem okręgu przez przekształcenie ciągłe, którego przekształcenie odwrotne też jest ciągłe. Które spośród podanych są krzywymi Jordana?

a) elipsa	TAK / NIE	c) granica Czech	TAK / NIE	e) cyfra 8	TAK / NIE
b) kwadrat	TAK / NIE	d) granica USA	TAK / NIE	f) litera R	TAK / NIE

5. Oto trzy kroki konstrukcji krzywej Hilberta z odcinka [0, 1] w kwadrat jednostkowy. Odpowiedz na pytania.



a) Jaka jest długość krzywej w czwartym kroku? ……………………………………………………………..

b) Jaka jest długość krzywej w *n*-tym kroku? …………………………………………………………………..

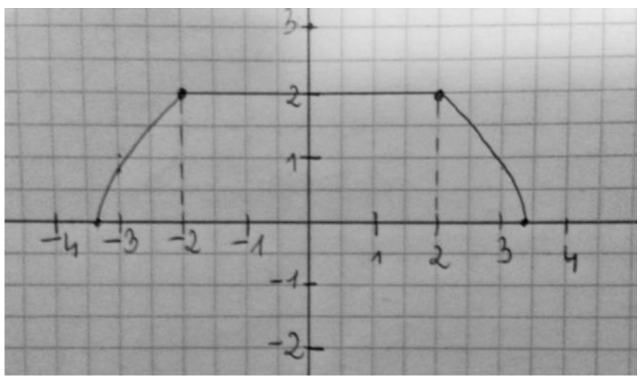
Czy otrzymana w granicy krzywa Hilberta:

a) jest ciągłym obrazem odcinka? **T/N** c) jest krzywą? **T/N** e) skleja punkty odcinka? **T/N**

b) jest mierzalna w sensie Jordana? **T/N** d) ma wymiar 1? **T/N** d) ? wypełnienia kwadrat? **T/N**

6. Ile wynosi $\int_{-1}^{1}|x|\,dx$? …………………………………………

7. Oblicz objętość baryłki obrotowej, powstałej poprzez obrót figury z rysunku wokół osi *OX*. Ramiona tej figury są zawarte w paraboli o równaniu $y=-\frac{1}{4}x^2+3$.



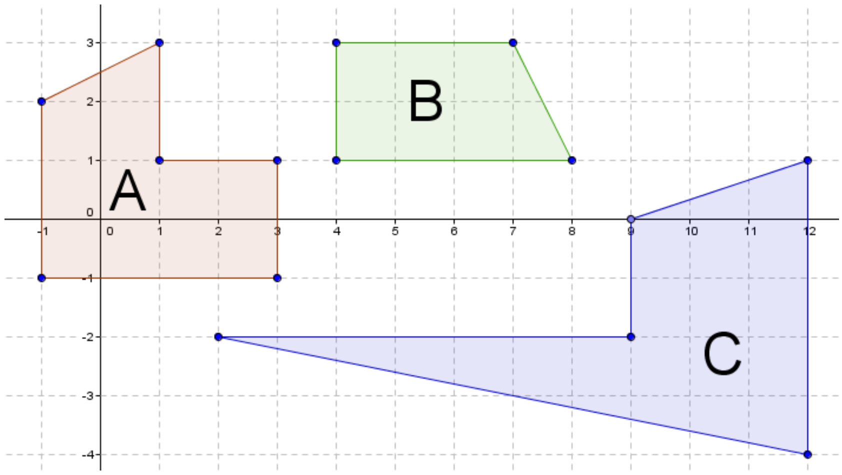
V = ……………………………………………………………

8. Oblicz.

a) $d_H(A, B)$ = ……………………………......

b) $d_H(A, C)$ = ………….....................

c) $d_H(B, C)$ = …………………………



9. Jaka jest orbita:

a) liczby 0,5 dla funkcji $2x(1-x)$?

……………………………………………......

……………………………………………......

b) liczby $\sqrt{2}$ dla funkcji x^2-1?

……………………………………………......

……………………………………………......

10. Co zrobi z punktem (135°, 1/2) funkcja $z^2+(0,2)$?

……

11. Niech $H(Z) = J^{1/3}_{(0,0)}[Z] \cup J^{s}_{(1,0)}[Z]$. Dla jakich s atraktor H_0 zawiera odcinek o końcach (0,0) i (1,0)? ……………….

12. Niech $H(Z) = J^{s}_{P_1}[Z] \cup J^{s}_{P_2}[Z] \cup J^{s}_{P_3}[Z] \cup J^{s}_{P_4}[Z]$, gdzie $P_1P_2P_3P_4$ jest równoległobokiem.
Dla jakich s traktor H_0 jest równoległobokiem $P_1P_2P_3P_4$? ……………………

13. Podaj 5 własności, które musi posiadać każda miara.

1. ……..
2. ……..
3. ……..
4. ……..
5. ……..

14. Z czego wynika istnienie zbiorów niemierzalnych względem miary Lebesguea? ……………………………………………

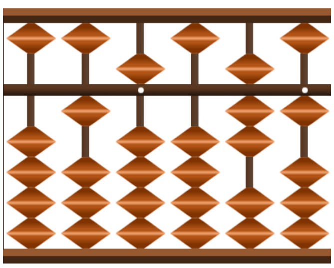
15. Czy podane relacje są relacjami równoważności na liczbach naturalnych?

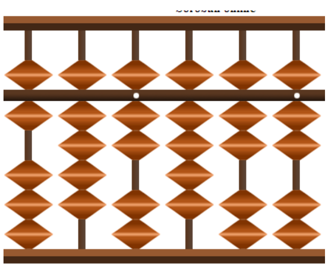
a) $x\,R\,y \Leftrightarrow 5 \mid x-y$ T/N
c) $x\,R\,y \Leftrightarrow x \le y$ T/N
e) $x\,R\,y \Leftrightarrow x \mid y$ T/N

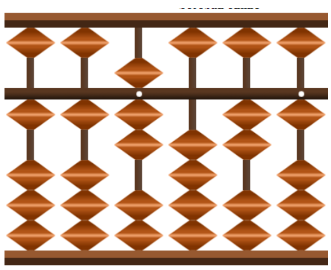
b) $x\,R\,y \Leftrightarrow x^2 = y^2$ T/N
d) $x\,R\,y \Leftrightarrow 4|x$ i $2|y$ T/N
f) $x\,R\,y \Leftrightarrow x$ i y sa tej samej parzystości T/N

16. Niech operator markowski będzie dany przez $T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$. Przybliż $T^{100}(1, 0)$. ……………………………………..

17. Co to za liczby?

a) 

b) 

c) 

…………………………………….. …………………………………….. ……………………………………..

18. Oblicz.

a) $\log_{3\sqrt{3}} 27$ = ……………..........

c) $\log_3 5 \log_{25} 27$ = ……………..

e) $2^{\log_{2\sqrt{2}} 15}$ = ……………………..

b) $\log_{1/5} 25$ = ...

d) $\log_7 1$ = ……………..

f) $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_{15} 16$ = ……………