II OTWARTE MISTRZOSTWA XIV LO
W ROZWIĄZYWANIU ZADAŃ Z GEOMETRII ELEMENTARNEJ

CZERWIEC 2004

Zad. 1
Oblicz pole koła, którego obwód jest o 10 dłuższy od obwodu sześciokąta foremnego wpisanego w to koło.

Zad. 2
Dane są 2 punkty A i B. Wyznacz zbiór wszystkich punktów X, dla których trójkąt ABX jest ostrokątny.

Zad. 3
Oblicz stosunek promieni kół opisanego i wpisanego w ośmiokąt foremny.

Zad. 4
Wykazać, że w trójkącie prostokątnym dwusieczna kąta prostego jest jednocześnie dwusieczną kąta między wysokością i środkową poprowadzonymi z wierzchołka kąta prostego.

Zad. 5
W trójkącie prostokątnym dane są przyprostokątna a i promień koła wpisanego r. oblicz pozostałe boki trójkąta.

Zad. 6
Pole trójkąta ABC wynosi S. Odcinek MN równoległy do AB odcina trójkąt o polu S_1. Niech P dowolny punkt na podstawie AB. Znajdź pole czworokąta CMPN.

Zad. 7
Wykazać, że pierwsza i druga linia średnia trapezu przecinają się w połowie.

Zad. 8
Na podstawę BC trójkąta równoramiennego ABC opuszczono wysokość AD. Niech M będzie środkiem boku AC. Udowodnij, że

$$DB - DM < AB - AM$$

Zad.9
Na płaszczyźnie dane są cztery punkty A,B,C,D takie, że AC < AD oraz BC < BD. Wykaż, że dla dowolnego punktu wewnętrznego M odcinka AB zachodzi nierówność CM < DM.

Zad. 10
Przekątne czworokąta ABCD są do siebie prostopadłe. Ponadto AB<BC<CD.
Wykaż, że

$$BC - AB > CD - AD$$

Zad. 11

Przez punkt H dzielący wysokość trapezu ABCD w stosunku $\frac{m}{p}$ poprowadzono prostą równoległą do podstawy AB, która przecina boki BC i AD odpowiednio w punktach K i L. Wykaż, że

$$|KL| = \frac{ma + pb}{m + p} \qquad \text{gdzie } a = |AB| \text{ i } b = |CD|$$

Zad. 12

W okrąg wpisano trójkąt równoboczny ABC, a następnie obrano na okręgu punkt D rożny od wierzchołków trójkąta. Wykazać, że długość jednego z odcinków AD, BD, CD równa się sumie długości dwóch pozostałych odcinków.

Zad.13

Dowieść, że w trójkącie ABC $\angle$ HAC = $\angle$ OAB gdzie H- ortocentrum (punkt przecięcia się wysokości), a O- środek okręgu opisanego na trójkącie.

Zad. 14

Na okręgu o promieniu *r* opisano trapez prostokątny, którego najkrótszy bok ma długość $\frac{3}{2}r$. Oblicz pole tego trapezu

Zad. 15

W trójkącie ostrokątnym ABC punkt D jest spodkiem wysokości opuszczonej z wierzchołka B. Wykaż, że $|BC|^2=|AB|^2 + |AC|^2 - 2|AC|\,|AD|$.

UWAGA.

ZADANIA ROZWIĄZUJEMY BEZ STOSOWANIA TRYGONOMETRII I UKŁADU WSPÓŁRZĘDNYCH.

POWODZENIA !