VI OTWARTE MISTRZOSTWA XIV LO W ROZWIĄZYWANIU ZADAŃ Z GEOMETRII ELEMENTARNEJ

11 KWIETNIA 2008

Zad.1. W trójkącie równoramiennym podstawa o dł. 8 jest cięciwą okręgu stycznego do ramion trójkąta. Oblicz promień tego okręgu wiedząc, że wysokość opuszczona na podstawę wynosi 3.

Zad.2. W trójkącie o bokach 30, 26 i 28 przez punkt dzielący wysokość opuszczoną na najdłuższy bok w stosunku 2:3 (licząc od wierzchołka) poprowadzono prostą równoległą do najdłuższego boku. Oblicz pole powstałego trapezu.

Zad.3. Okręgi o promieniach 4 i 8 przecinają się pod kątem prostym (styczne do okręgów poprowadzone przez punkt wspólny są prostopadłe). Poprowadzono do nich wspólną styczną. Oblicz odległość punktów styczności.

Zad.4. Środek okręgu wpisanego w trapez prostokątny jest odległy od końców ramienia nieprostopadłego o 4 i 8. Oblicz długość linii średniej trapezu (odcinek łączący środki ramion).

Zad.5. Dwa okręgi są styczne wewnętrznie w A i środek większego okręgu należy do mniejszego okręgu. Wykaż, że mniejszy okrąg dzieli każdą cięciwę AB okręgu większego na połowy.

Zad.6. Dany jest czworokąt ABCD wpisany w okrąg. Przekątne są do siebie prostopadłe i przecinają się w P. Wykaż, że prosta prostopadła do BC przechodząca przez P dzieli AD na połowy.

Zad.7. Ile boków może mieć wielokąt wypukły, którego wszystkie przekątne są równej długości.

Zad.8. Przez dany punkt leżący wewnątrz kąta poprowadzić prostą odcinającą trójkąt o najmniejszym obwodzie.

Zad.9. Dowieść, że w trójkącie ABC $|AI| \cdot |IW| = 2Rr$ gdzie W jest punktem przecięcia się dwusiecznej AI z okręgiem opisanym na trójkącie, a I jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt oraz R i r promienie tych okręgów.

Zad.10. Wykaż, że $S=r_a(p-a)$ gdzie r_a promień koła dopisanego stycznego do boku BC, p połowa obwodu trójkąta i a długość boku BC.

Zad.11. Okręgi S_1 i S_2 przecinają się w A i B. Przez A prowadzimy styczną do S_1, przecinającą S_2 w P, a przez B prostą równoległą do tej stycznej przecinającą okręgi S_1 i S_2 odpowiednio w D i C. Wykaż, że APCD jest równoległobokiem.

Zad.12*.W trójkącie ABC $\angle B = 100^o, \angle C = 65^o$. M – punkt na boku AB taki, że $\angle MCB = 55^o$, N punkt na AC taki, że $\angle NBC = 80^o$. Oblicz $\angle NMC$.