MISTRZOSTWA W ROZWIĄZYWANIU ZADAŃ Z GEOMETRII ELEMENTARNEJ
11. 06. 2010.

Zad. 1. Odcinek łączący środki podstaw trapezu ma długość równą połowie różnicy ich długości. Oblicz sumę kątów przy dłuższej podstawie.

Zad. 2. W trójkąt ABC wpisano okrąg. M i N to punkty styczności okręgu z bokami AC i BC odpowiednio. K to punkt wspólny dwusiecznej kąta B z odcinkiem MN. Wykaż, że kąt BKA jest prosty.

Zad.3. Prosta przechodząca przez wierzchołek A równoległoboku $ABCD$ przecina jego przekątną BD w E, bok BC w F i prostą DC w G. Wykaż, że $EA^2 = EF \cdot EG$.

Zad.4. Niech AH_1 to wysokość w trójkącie ABC, a M i N to rzuty prostokątne H_1 na boki AB i AC. Wykaż, że jeśli środek okręgu opisanego na trójkącie ABC należy do odcinka MN, to odcinek ten dzieli trójkąt na figury o równych polach.

Zad.5. Niech H_2 i H_3 spodki wysokości poprowadzonych odpowiednio z B i C w trójkącie ABC. Wykaż, że $\measuredangle AH_2H_3 = \measuredangle ABC$.

Zad.6. W trójkącie ABC wykaż, że pole trójkąta BMC jest równe polu czworokąta AM_3MM_2, gdzie M to środek ciężkości, M_3 – środek boku AB, a M_2 – środek boku AC.

Zad.7. Wysokość opuszczona na przeciwprostokątną o długości c dzieli ją na dwa odcinki z których krótszy do dłuższego ma się tak jak dłuższy do całej przeciwprostokątnej. Oblicz pole trójkąta.

Zad.8. Trójkąt o bokach 13, 14 i 15 podzielono prostopadłymi do najdłuższego boku na trzy części o równych polach. Na jakie odcinki podzielony został najdłuższy bok.

Zad.9. Jeden z końców średnicy półokręgu pokrywa się z jednym z wierzchołków przy podstawie trójkąta równoramiennego, a drugi leży na podstawie. Wiadomo, że półokrąg dzieli jedno z ramion na odcinki o długościach 5 i 4 (licząc od podstawy), a do drugiego ramienia jest styczny. Oblicz promień półokręgu.

Zad.10. W trójkącie ABC oblicz długość środkowej CM_3 wiedząc, że C, M_2, M, M_1 leżą na jednym okręgu i $AB=c$.

STEFAN MIZIA