X MISTRZOSTWA WROCŁAWIA W GEOMETRII ELEMENTARNEJ

16 CZERWCA 2012

Rozwiązania różnych zadań proszę zapisać na osobnych kartkach i podpisać WSZYSTKIE kartki.

Zad. 1. Dwa okręgi o promieniach R i r są styczne zewnętrznie. Poprowadzono zewnętrzną styczną do obu okręgów. Oblicz promień okręgu wpisanego w powstały trójkąt krzywoliniowy.

Zad. 2. Niech C i D będą punktami okręgu, a AB jego średnicą. Proste AC i BD przecinają się w M. Styczne do okręgu w C i D przecinają się w K. Wykaż, że $MK \perp AB$.

Zad. 3. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B oraz pierwszy okrąg przechodzi przez środek drugiego. Styczna do pierwszego okręgu w punkcie B przecina drugi okrąg w C. Wykaż, że $|AB|=|BC|$.

Zad. 4. Na okręgu o promieniu 5 opisano trapez równoramienny. Odległość punktów styczności położonych na ramionach wynosi 8. Oblicz pole trapezu.

Zad. 5. W trójkącie ABC mamy $|AB|=|BC|$ oraz AD jest dwusieczną (D leży na BC). Pola trójkątów ABD i ADC wynoszą odpowiednio S_1 i S_2. Oblicz $|AC|$.

Zad. 6. Wykaż zasadę czwórliścia: $|W_AB|=|W_AC|=|W_AI_b|=|W_AI_c|$, gdzie W_AW_1 jest średnicą okręgu opisanego na trójkącie ABC, W_A jest punktem przecięcia dwusiecznej kąta zewnętrznego do $\measuredangle A$ z okręgiem opisanym, a I_b oraz I_c są środkami okręgów dopisanych stycznych odpowiednio do boków AC i AB.

Zad. 7. Niech O będzie środkiem okręgu opisanego na trójkącie, a M i N będą rzutami prostokątnymi spodka wysokości na pozostałe boki trójkąta. Wykaż, że jeśli $O \in MN$, to MN dzieli trójkąt na części o równych polach.

Zad. 8. W trójkącie ABC poprowadzono dwusieczne BL i AK (K i L leżą na bokach trójkąta). Punkt L leży na dwusiecznej $\measuredangle AKC$. Oblicz $|\measuredangle BAC|$.

Zad.9. W trójkącie ABC zachodzi $|CA|=|CB|$. Poprowadzono okrąg jest styczny do boków AC i CB odpowiednio w A i B. Na łuku tego okręgu zawartym wewnątrz trójkąta obrano punkt K odległy od boków AC i CB odpowiednio o 6 i 24. Oblicz odległość K od AB.

Zad. 10. Wykaż, że styczna do okręgu opisanego na trójkącie poprowadzona przez wierzchołek jest równoległa do odcinka łączącego spodki wysokości opuszczonych z pozostałych wierzchołków.

Powodzenia!