XII MISTRZOSTWA W GEOMETRII ELEMENTARNEJ

WROCŁAW, 07.06.2014

Zad. 1. Okrąg o środku O przechodzi przez wierzchołki A, B, C równoległoboku $ABCD$ i przecina prostą AD w punkcie M, a prostą CD w N. Wykaż, że odcinki BO i MN są prostopadłe.

Zad. 2. Wykaż, że środki podstaw trapezu, punkt przecięcia jego przekątnych oraz punkt przecięcia prostych zawierających ramiona tego trapezu są współliniowe.

Zad. 3. Niech E i F są spodkami wysokości w trójkącie ABC opuszczonych odpowiednio z wierzchołków B i C. Niech D jest środkiem boku BC, a K – środkiem odcinka AH, gdzie H jest ortocentrum trójkąta ABC (czyli punktem przecięcia prostych zawierających wysokości trójkąta). Wykaż (nie powołując się na okrąg Eulera), że punkty E, F, D i K leżą na jednym okręgu.

Zad. 4. Z punktu A do okręgu o promieniu r poprowadzono styczne w punktach B i C. Trójkąt ABC jest równoboczny. Oblicz jego pole.

Zad. 5. Środkowe trójkąta mają długości 5, 5 i 6 cm. Oblicz jego pole.

Zad. 6. Wewnątrz trójkąta równobocznego ABC leży punkt M tak, że $AM = BM = 2$ oraz $CM = 1$. Oblicz pole trójkąta ABC.

Zad. 7. Na okręgu o promieniu 1 opisano trapez równoramienny o polu 5. Oblicz pole czworokąta, którego wierzchołkami są punkty styczności.

Zad. 8. W sześciokącie wypukłym $ABCDEF$ kąty wewnętrzne mają równe miary. Wykaż, że $AB + BC = DE + EF$.

Zad. 9. Czworokąt $ABCD$, w którym $|\ ABC| = 90°$, wpisano w okrąg. Niech M i N są rzutami prostokątnymi punktu B odpowiednio na proste AC i AD. Wykaż, że prosta MN przechodzi przez środek odcinka BD.

Zad. 10. W trójkącie ABC , w którym $|AB| < |BC|$, N jest środkiem łuku ABC okręgu opisanego na tym trójkącie. Wykaż, że $|\ IMA| = |\ INB|$, gdzie M jest środkiem boku AC, a I jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt

Stefan Mizia