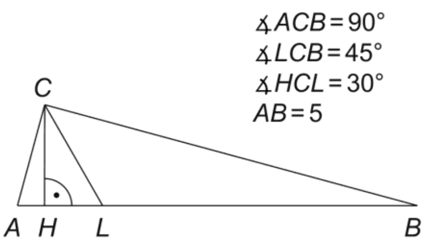
MISTRZOSTWA POLSKI W GEOMETRII ELEMENTARNEJ
WROCŁAW 3 VI 2023

Na rozwiązanie zadań (niekoniecznie wszystkich) masz 3 godziny zegarowe. Rozwiązanie każdego zadania zapisz na osobnej kartce opatrzonej imieniem i nazwiskiem, numerem zadania i symbolem kategorii. Zakończenie rozwiązywania każdego z zadań zgłoś dyżurnemu jurorowi przez podniesienie ręki.

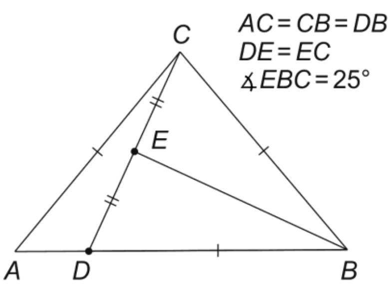
POWODZENIA!

Zad. 1



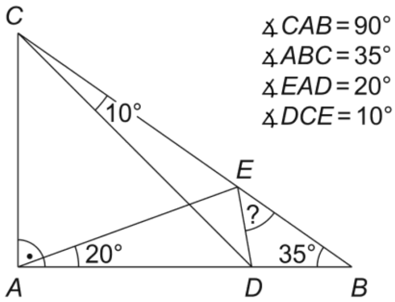
Oblicz pole $\Delta\, ABC$.

Zad. 2



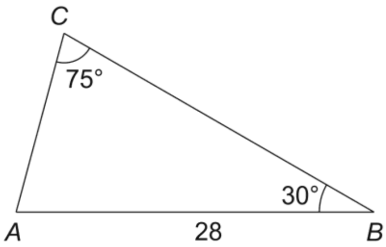
Oblicz miarę $\measuredangle CAD$.

Zad. 3



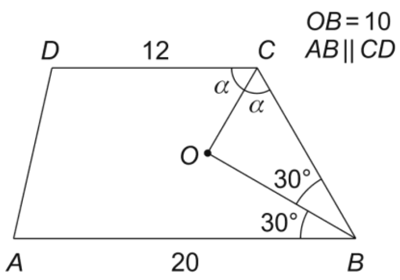
Oblicz miarę $\measuredangle DEB$.

Zad. 4



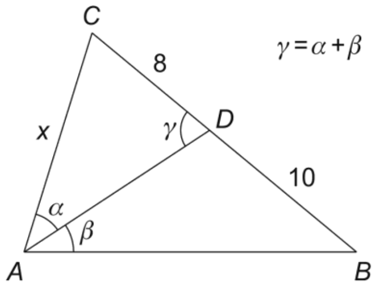
Oblicz pole $\Delta\, ABC$.

Zad. 5



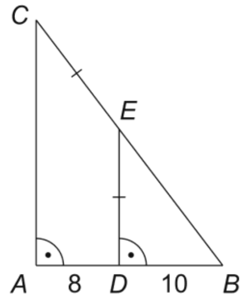
Oblicz pole czworokąta $ABCD$.

Zad. 6



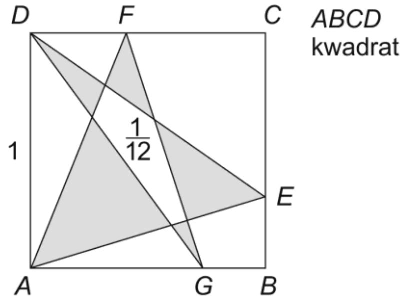
Oblicz długość x.

Zad. 7



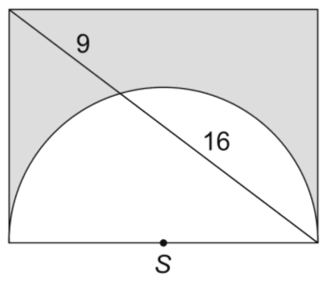
Oblicz obwód $\Delta\, ABC$.

Zad. 8



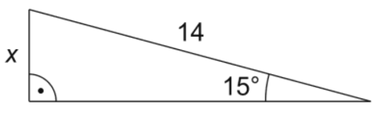
Oblicz pole zacieniowanej figury.

Zad. 9



Oblicz pole zacieniowanej figury.

Zad. 10



Oblicz długość x.

Zad. 11

W trapezie równoramiennym wysokość opuszczona z wierzchołka dzieli dłuższą podstawę na odcinki, z których dłuższy wynosi 7. Oblicz sumę długości podstaw tego trapezu.

Zad. 12

W trójkącie ABC wysokość AD jest niekrótsza od boku BC, a wysokość BE jest niekrótsza od boku AC. Oblicz miary kątów tego trójkąta.

MISTRZOSTWA POLSKI W GEOMETRII ELEMENTARNEJ
WROCŁAW 3 VI 2023

Na rozwiązanie zadań (niekoniecznie wszystkich) masz 3 godziny zegarowe. Rozwiązanie każdego zadania zapisz na osobnej kartce opatrzonej imieniem i nazwiskiem, numerem zadania i symbolem kategorii. Zakończenie rozwiązywania każdego z zadań zgłoś dyżurnemu jurorowi przez podniesienie ręki.

POWODZENIA!

Zad. 1. Przekątne pewnego czworokąta przecinają się w punkcie O i dzielą ten czworokąt na cztery trójkąty, z których trzy mniejsze mają pola 10, 20 i 30. Oblicz pole tego czworokąta.

Zad. 2. W pewnym trójkącie wysokość i środkowa wychodzące z jednego wierzchołka dzielą kąt na 3 równe części. Wykaż, że ten trójkąt jest prostokątny.

Zad. 3. W trójkącie ABC dwusieczne AL i CK przecinają się w punkcie O (punkty L i K leżą na bokach trójkąta). Wiedząc, że punkty O, L, B i K leżą na jednym okręgu, oblicz miarę kąta B.

Zad. 4. Z punktu A poprowadzono styczną do okręgu w punkcie B i sieczną przecinającą ten okrąg w punktach C i N (gdzie $N \in AC$). Na odcinku AB obrano punkt M taki, że $|AM|=|MB|$ i $|\sphericalangle ACM| = 20^\circ$. Prosta CM przecina okrąg w punkcie K. Oblicz miarę kąta BAK.

Zad. 5. W trójkącie ABC środkowa AM jest prostopadła do dwusiecznej BK (punkty M i K leżą na bokach trójkąta). Wiedząc, że $|AM|=|BK|=20$, znajdź długości boków tego trójkąta.

Zad. 6. Na boku BC kwadratu $ABCD$ obrano punkt E taki, że $|\sphericalangle CDE| = 20^\circ$. Wewnątrz tego kwadratu poza przekątną BD leży punkt K taki, że $|\sphericalangle EKD| = 90^\circ$ oraz $|EK|=|KB|$. Oblicz miarę kąta KBA.

Zad. 7. W trapezie $ABCD$ kąty A i B są proste. Na boku AB jako na średnicy zbudowano okrąg styczny do CD. Wiedząc, że $|AB|=14$, oblicz iloczyn długości boków AD i BC.

Zad. 8. Na trójkącie ABC opisano okrąg. Punkt D jest środkiem łuku AB zawierającego wierzchołek C, a C leży na krótszym łuku AD. Niech I jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt, a M jest środkiem AB. Wykaż, że $|\sphericalangle CDI| = |\sphericalangle AMI|$.

Zad. 9. W prostokącie $ABCD$ przekątna AC o długości 4 tworzy z bokiem AB kąt o mierze 72°. Znajdź długości boków tego prostokąta.

Zad. 10. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B. Dowolna prosta przechodzi przez punkt B i przecina wtórnie pierwszy okrąg w C, a drugi w D. Styczna do pierwszego okręgu w C i styczna do drugiego okręgu w D przecinają się w M. Przez punkt przecięcia prostych AM i CD przechodzi prosta równoległa do CM i przecinająca AC w K. Wykaż, że prosta KB jest styczna do drugiego okręgu.

Zad. 11. Dany jest trójkąt ABC. Na półprostej BA obrano taki punkt D, że $|BD| = |BA| + |AC|$. Niech K i M będą punktami leżącymi odpowiednio na półprostych BA i BC takimi, że pola trójkątów BDM i BCK są równe. Znajdź miarę kąta BKM, jeśli $|\sphericalangle BAC| = \alpha$.

Zad. 12. Niech CD będzie cięciwą okręgu, a punkt A – środkiem łuku CD. Rozważmy dowolny okrąg styczny do drugiego łuku CD i do cięciwy CD. Wykaż, że odcinek stycznej do nowego okręgu poprowadzonej z punktu A ma długość $|AC|$.